

Elemente de inginerie electrică/ Electrotehnica, Electronica și Automatizari

S.L. dr. Ing. Arădoaei Sebastian

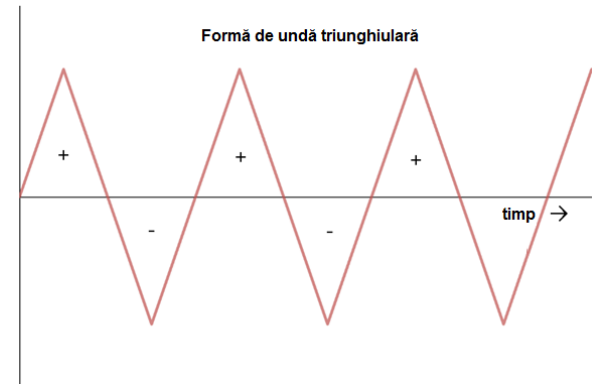
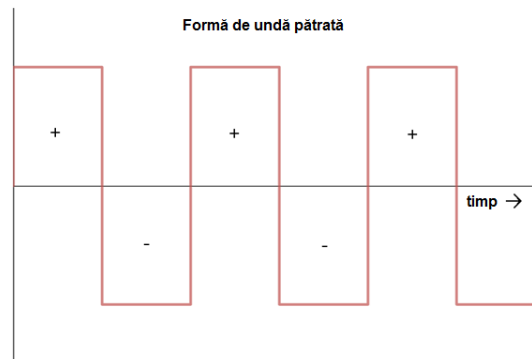
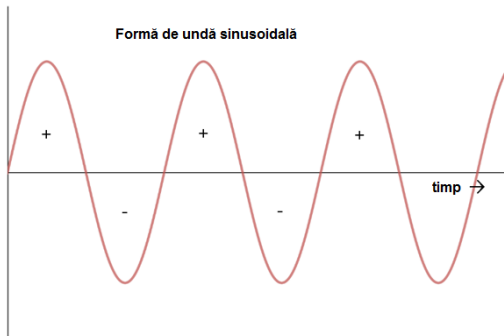


Introducere

Tipuri de tensiuni utilizate în electrotehnică și electronică:

Tensiunea alternativă (U_{ca} , V_{AC})

- Cea mai parte din tensiunea produsă la nivel mondial este alternativă (AC) unde tensiunea și curentul variază sinusoidal în timp.



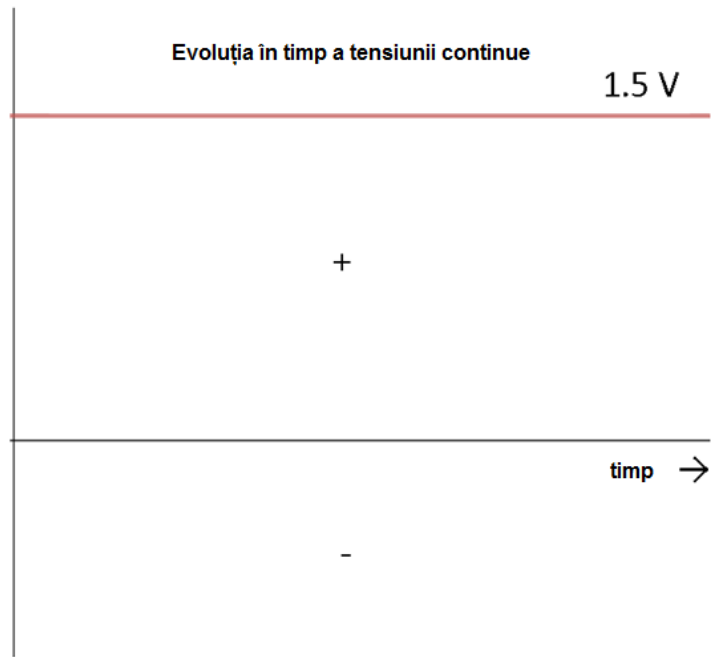
Introducere

- Tensiunea alternativă este mai ușor de distribuit;
- Tensiunea este mai mare și curenții mai mici putere distribuită este aceeași;
- Transformatoarele ușurează schimbarea nivelului de tensiune, astfel încât se pot utiliza cabluri de secțiune mai mică;
- Tensiunea alternativă este utilizată pentru majoritatea tipurilor de mașini electrice, iluminat și de alte aparate electrice;
- Redresoarele convertesc tensiunea alternativă în tensiune continuă AC → DC;

Introducere

Tensiunea continuă (U_{cc} , V_{DC})

- Tensiunea continuă (U_{cc}) nu variază în funcție de timp.



Introducere

- Tensiunea continuă este utilizată cu precădere în electronică;
- Tensiunea continuă este mai ușor de stocat (baterii);
- Tensiunea continuă este utilizată în aplicațiile mobile;
- Tensiunea continuă este utilă atunci când este oprită tensiunea alternativă;
- Invertoarele convertesc tensiunea continuă în tensiune alternativă DC → AC;

!!! Cele mai multe produse de consum folosesc ambele forme de tensiune.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

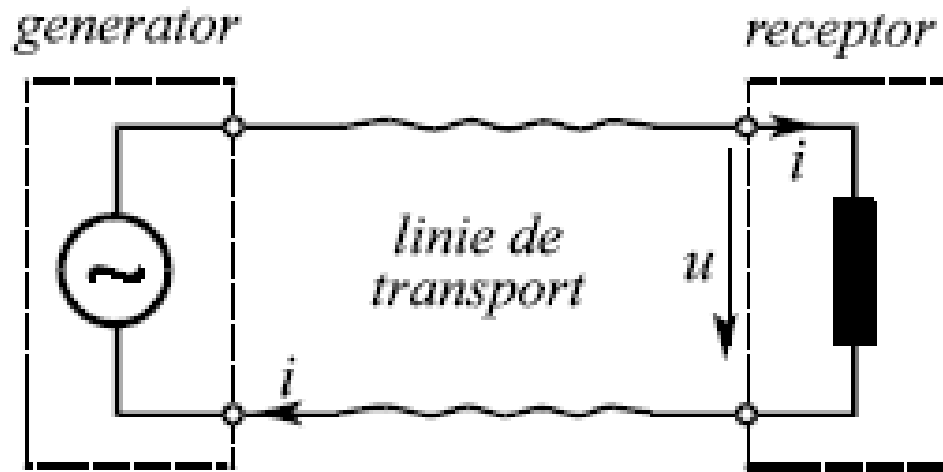
1.1 Noțiuni introductive

1.1.1 Circuite electrice; regimuri de funcționare

- Producerea, transportul și distribuția energiei electrice precum și transformarea sa în alte forme de energie (mecanică, termică, radiantă etc.), se realizează în cadrul și cu ajutorul circuitelor electrice.
- Un circuit electric reprezintă un ansamblu de surse (generatoare) și receptoare, interconectate prin medii conductoare.
- Prin intermediul acestei configurații se poate transmite energia electrică la distanță între sursă și consumator.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU



- În cadrul unui circuit electric putem găsi două categorii de elemente:
- a. *Elemente active* (generatoare de energie electrică) care au rolul de a transforma în energie electrică o altă formă de energie;
- b. *Elemente pasive* (receptoare sau consumatori) care transformă energia electrică în alte forme de energie.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Curentul electric, reprezintă mișcarea dirijată a purtătorilor de sarcină electrică de-a lungul traseelor conductoare a unui circuit, în acest caz circuitele se găsesc în stare electrocinetică.
- Efectele deplasării sarcinilor (stării electrocinetice) pot fi:
 - mecanice: când asupra conductoarelor se exercită forțe sau cupluri mecanice;
 - termice: degajare de căldură;
 - radiante: emisie de radiații acustice, luminoasă etc.;
 - chimice: reacții chimice specifice fenomenului de electroliză;
 - magnetice: conductoarele străbătute de curent produc în jurul lor un câmp magnetic.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Regimul de funcționare al unui circuit electric este caracterizat prin mărimi de stare electrocinetică (t.e.m, U, I, etc.) denumite, adesea, prin termenul generic de *semnale*.
- În funcție de modul de variație în timp a acestor semnale, regimul de funcționare al unui circuit poate fi:
 - a. Regim static**, caracterizat de:
 - sarcini imobile (lipsa curentului de conducție);
 - mărimi de stare constante în timp;
 - lipsa câmpului magnetic;
 - lipsa transformărilor energetice.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

b. Regim staționar (de curent continuu - c.c.), caracterizat prin:

- prezența curenților electrici (deplasare de sarcini);
- semnale constante în timp;
- câmp magnetic generat de către curenții electrici;
- transformări energetice.

c. Regim nestaționar (variabil în timp), caracterizat prin:

- prezența curenților electrici variabili în timp;
- semnale electrice variabile în timp;
- câmp magnetic variabil în timp;
- transformări energetice.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Dacă semnalele aferente unui circuit electric sunt lent variabile în timp (de exemplu, la frecvențe joase), regimul se numește ***cvasistaționar***.
- Regimul care se stabilește într-un circuit după un interval de timp suficient de lung astfel încât parametrii săi caracteristici nu se mai modifică, se numește ***regim permanent***.
- Regimul prin excelență variabil, de durată practic limitată, prin intermediul căruia se face trecerea de la un regim permanent la un alt regim permanent se numește ***regim tranzitoriu***.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

1.1.2 Mărimi de stare electrocinetică

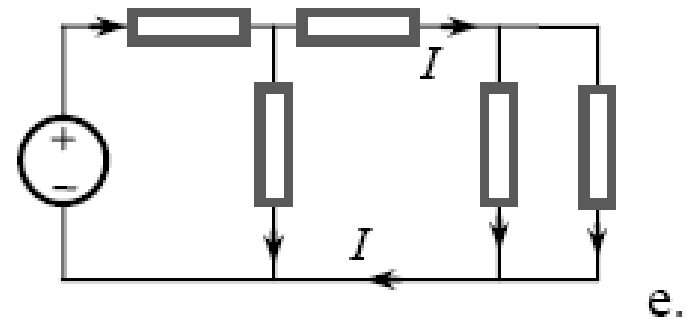
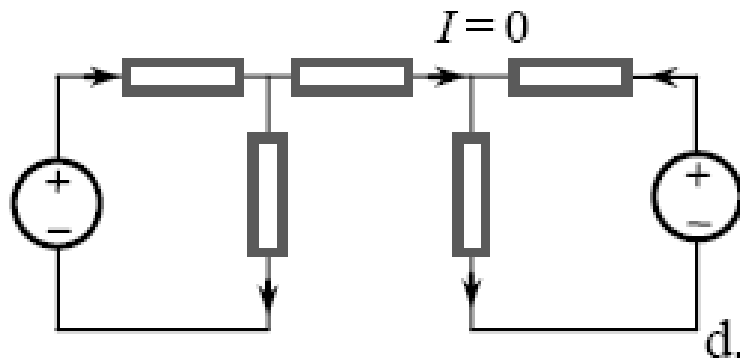
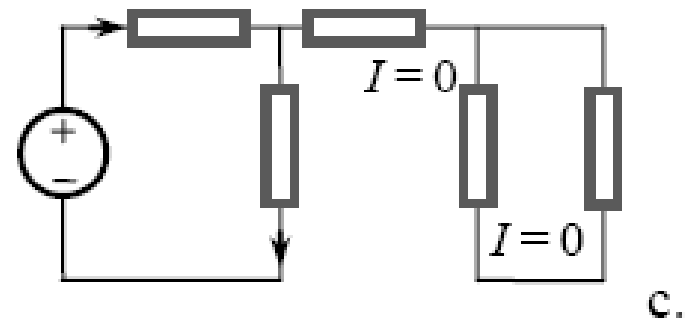
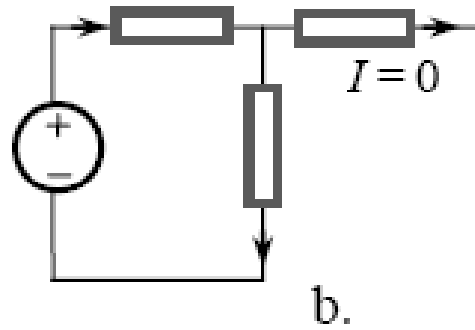
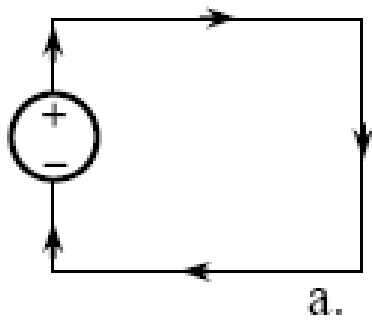
- Mărimile de stare electrocinetică sunt numite și semnale electrice, iar prin ***semnal se înțelege o mărime fizică de o natură oarecare capabilă să poarte informații.***

1. Curentul electric reprezintă mișcarea dirijată a purtătorilor de sarcină electrică.

- **Curentul electric nu are punct de plecare sau de sosire** ci circulă obligatoriu pe trasee conductoare închise **care trec prin sursele de alimentare.**
- **De-a lungul unui traseu conductor neramificat, intensitatea curentului electric rămâne nemodificată.**

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU



CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Un circuit electric este străbătut de curent electric numai dacă există cel puțin o tensiune electromotoare (sursă) care constituie cauza care produce și întreține mișcarea sarcinilor iar circuitul prezintă un traseu conductor închis.
- Curentul electric reprezintă un fenomen caracterizat de mărimea fizică numită intensitatea curentului electric.
- Intensitatea curentului electric de conducție i se poate defini **ca limită a raportului dintre suma algebrică a sarcinilor electrice Δq care trec prin secțiunea transversală a unui conductor într-un anumit interval de timp Δt , respectiv:**

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Curentul electric reprezintă o mișcare dirijată a sarcinilor electrice care pot fi pozitive sau negative. Se definește drept *sens convențional* al curentului electric, sensul de deplasare al sarcinilor pozitive.
- Intensitatea curentului electric este una dintre mărimile fundamentale ale S.I. de unități. Unitatea sa de măsură este *amperul* [A].
- *Amperul reprezintă intensitatea unui curent electric constant care, menținut în două conductoare filiforme, paralele, rectilinii, de lungime practic infinită, plasate în vid, la distanța de 1m unul de altul, determină apariția, între cele două conductoare, a unei forțe electrodinamice egală cu 2×10^{-7} N pe fiecare metru din lungimea lor.*

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

2. **Tensiunea electromotoare (t.e.m.)** reprezintă, prin definiție, circulația câmpului electric rezultat pe un contur închis Γ :

$$e_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} (\vec{E} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l}$$

- În regim electrocinetic staționar rezultă:

$$e_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

- Prin urmare, în regim electrocinetic staționar, producerea t.e.m. e_{Γ} este determinată numai de câmpul electric imprimat, ea fiind localizată în porțiunea de circuit unde există acest câmp (sursele de t.e.m.).
- În S.I. unitatea de măsură a t.e.m. este voltul [V].

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

3. Tensiunea electrică reprezintă diferența de potențial între două noduri (puncte, borne ale unui circuit). Este deci o mărime atașată unei perechi de noduri dintr-un circuit electric. Noțiunea de tensiune într-un nod nu are sens.

- Fiecare punct al unui circuit este caracterizat de potențialul său electric V , (mărime scalară care se măsoară în [V]) considerat față de un punct ales drept referință.
- Tensiunea electrică este deci o mărime scalară ce caracterizează starea electrocinetică din punctul de vedere al câmpului electric de-a lungul unui traseu între două puncte A și B .

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Tensiunea electrică este egală cu circulația vectorului intensitate a câmpului electric \mathbf{E} , de-a lungul traseului considerat de la A la B :

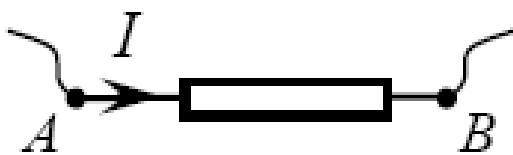
$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \overline{\mathbf{E}} \cdot d\vec{l}$$

- Ca și în cazul t.e.m., sensul de integrare ales se numește *sensul de referință* al tensiunii și se indică printr-un arc orientat, unind cele două puncte între care se calculează tensiunea.
- În S.I. unitatea de măsură a tensiunii electrice este voltul [V].

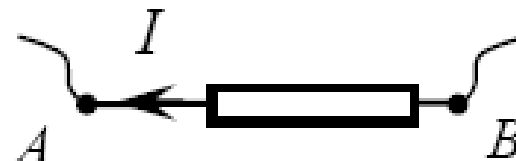
CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

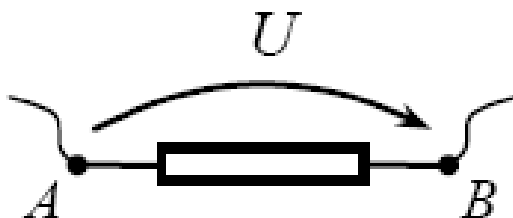
- În schemele circuitelor electrice u și i se reprezintă prin săgeți ce indică sensul pozitiv arbitrar ales.



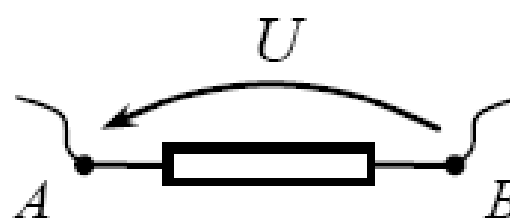
$$I = 10\text{A}$$



$$I = -10\text{A}$$



$$U = 100\text{V}$$



$$U = -100\text{V}$$

CAPITOLUL 1

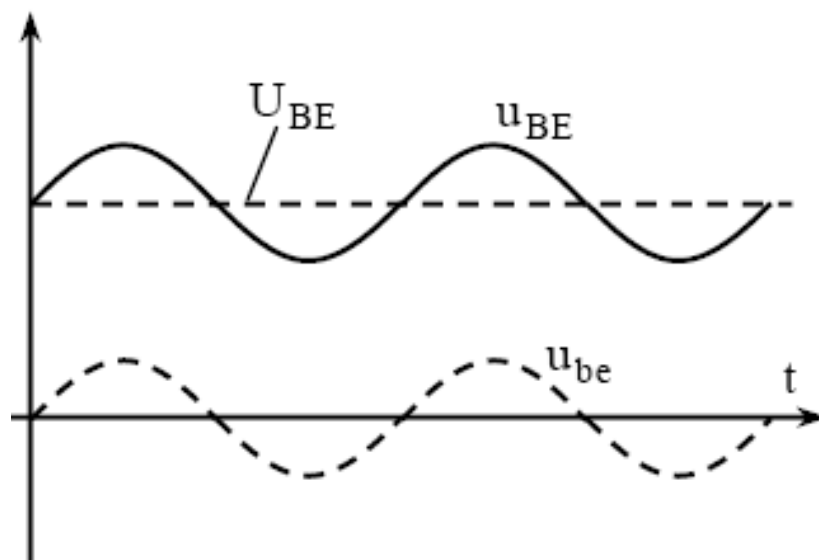
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Semnalele electrice se simbolizează prin litere ce pot purta indici explicativi care se referă la laturi (pentru curenți) sau nodurile de aplicare (pentru tensiuni). Simbolurile grafice dau informații și asupra variației în timp a mărimilor electrice:
- a. *literele mari* se folosesc pentru mărimile invariabile în timp (mărimi continue) - U , I sau pentru valorile invariabile în timp ale mărimilor variabile (valoarea efectivă, valoarea maximă, valoarea medie) – U , I , U_{med} , I_{med} , I_{max} , U_{max} .
- b. *literele mici* sunt folosite pentru denumirea mărimilor variabile în timp (ex.: mărimi alternative), $u(t)$, $i(t)$.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- c. *indicii cu litere mari* desemnează valoarea totală a semnalelor variabile în timp care au atât componentă continuă cât și alternativă U_{CE}, i_E .
- d. *indicii cu litere mici* desemnează semnalele care au numai componentă alternativă u_{be}, i_c .

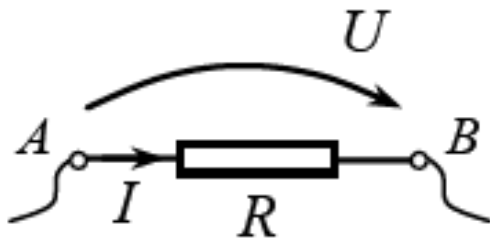


CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- 1.2 Legi specifice electrocineticii
- **Legea lui Ohm** (legea conducției electrice)

Se consideră o porțiune de circuit delimitată de bornele A și B între care se găsește un rezistor de rezistență R . În cazul unui conductor omogen în regim electrocinetic staționar:



$$U_{AB} = R_{AB} \cdot I$$

$$R_{AB} = \int_A^B \frac{\rho}{S} dl$$

R_{AB} se numește **rezistența electrică** între punctul A și B, S reprezintă secțiunea transversală a conductorului considerat

ρ factorul de proporționalitate se numește **rezistivitate**.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Rezistivitatea depinde de natura materialului (constantă de material) și de temperatură, conform relației:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

ρ este rezistivitatea la temperatura curentă T ,

ρ_0 - rezistivitatea la temperatura de referință T_0 ,

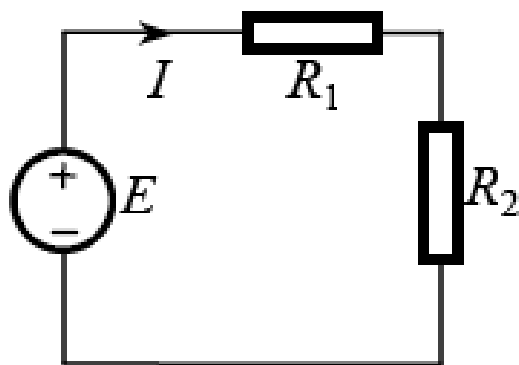
α este *coeficientul de temperatură* al rezistivității.

- La metale, coeficientul α este (+), iar $\rho \nearrow T$.
- La cărbune, constantan și electroliți α este (-), iar $\rho \searrow T$.
- La materialele semiconductoare α este (-) cu valori foarte mari în modul, iar $\rho \searrow$ exponențial cu T .

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- În cazul în care se consideră un circuit complet (contur închis neramificat), tensiunea între bornele A și B este determinată de tensiunea electromotoare ce acționează în întreg circuitul, iar legea lui Ohm capătă forma:



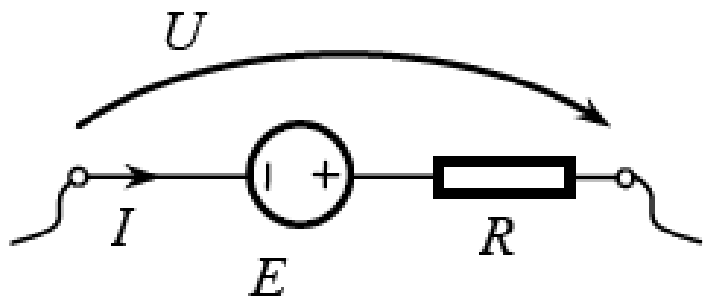
$$E = R_t \cdot I$$

unde R_t reprezintă rezistența totală a întregului circuit.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- În cazul cel mai general când pe o porțiune de circuit există rezistor și sursă de tensiune electromotoare legea lui Ohm devine:



$$U + E = R \cdot I$$

Ecuția reprezintă *Legea lui Ohm generalizată*

- Unitatea de măsură a rezistenței electrice în S.I. este *ohmul* [Ω].
- Inversul rezistenței este conductanța electrică $G = \frac{1}{R}$
- Unitatea de măsură a conductanței electrice în S.I. este *simens* [S].

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **1.2.2 Legea Joule-Lenz** (legea transformării energiei electromagnetice în conductoare)
- Se consideră o porțiune de circuit în cazul cel mai general în regim nestaționar, caracterizată de tensiunea la borne u și curentul care o străbate i . Legea lui Ohm are forma:

$$u + e = R \cdot i$$
$$ui + ei = R \cdot i^2$$

$$\boxed{P = ui} \quad \boxed{P_g = ei} \quad \boxed{P_j = R \cdot i^2}$$

P este *putere* schimbată de restul circuitului cu porțiunea de interes.

Dacă $P > 0$ adică u și i sunt în același sens, porțiunea de circuit este receptoare primind putere electrică de la restul circuitului.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

P_g este puterea schimbată de generator cu circuitul electric.

Dacă $P_g > 0$ adică curentul debitat i este în sensul tensiunii electromotoare, generatorul furnizează circuitului putere electrică.

P_j întodeauna (+), este puterea electrică care se transformă ireversibil în căldură.

Legea Joule-Lenz:
$$P_j = R \cdot i^2$$

Puterea disipată în conductoare este egală cu produsul între rezistența conductorului și pătratul intensității curentului prin el.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **1.3 Surse de energie electrică**
- Circuitele de c.c., ca orice circuit electric, sunt alcătuite din elemente pasive (receptoare) și elemente active (surse de energie electrică). Aceste circuite sunt parcurse numai de curenți de conducție și pot fi caracterizate printr-un singur parametru de circuit respectiv rezistența electrică R .
- În concluzie, circuitele de c.c. cuprind un singur tip de element pasiv și anume rezistorul electric.
- Celelalte două elemente de circuit clasice, **bobina** și *condensatorul* au comportări limită în c.c. fiind asimilate cu un **scurtcircuit** sau un *gol*.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- ***Sursa ideală de tensiune*** este un element activ de circuit capabil să mențină între bornele sale o tensiune electrică independentă de curentul debitat.
- Mărimea ce caracterizează o sursă ideală este tensiunea electromotoare E .
- Tensiunea la bornele sursei U , este totdeauna egală cu tensiunea electromotoare, indiferent de valoarea curentului debitat de sursă:

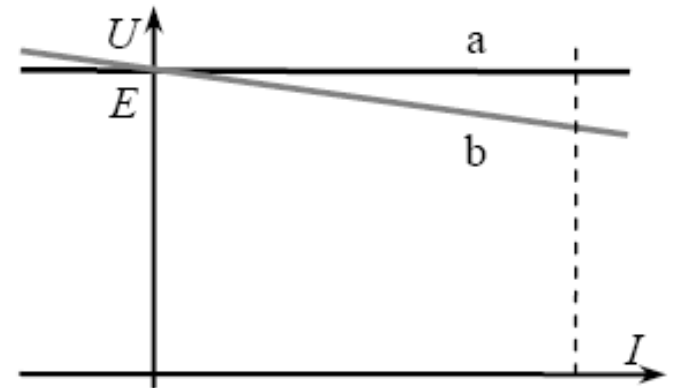
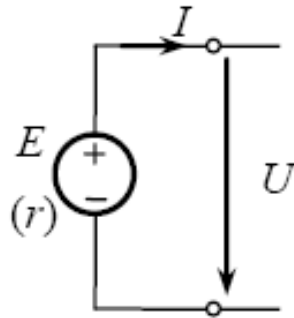
$$U = E, \quad \forall I$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Sursa reală de tensiune** este un element activ de circuit alcătuit dintr-o sursă ideală în serie cu o rezistență (internă).
- Mărimile ce caracterizează sursa reală sunt tensiunea electromotoare E și rezistența internă, r .
- Tensiunea la bornele sursei, U , diferă de tensiunea electromotoare funcție de valoarea curentului debitat de sursă:

$$U = E - rI$$



CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- ***Sursa ideală de curent*** este un element activ de circuit capabil să mențină prin ramura în care este plasat un curent independent de tensiunea la borne
- Mărimea ce caracterizează sursa ideală este curentul debitat, J .
- Curentul prin ramură, I , este totdeauna egal cu curentul debitat de sursă, indiferent de valoarea tensiunii la bornele sursei:

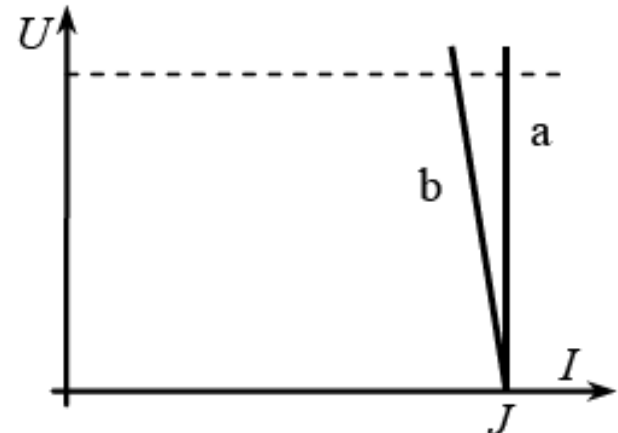
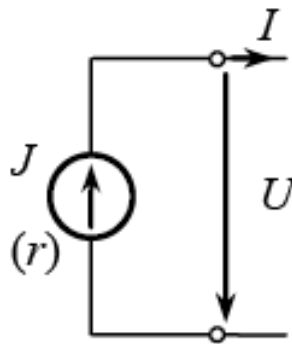
$$\boxed{I = J}, \quad \forall U$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Sursa reală de curent** este un element activ de circuit alcătuit dintr-o sursă ideală de curent în paralel cu o rezistență (internă).
- Mărimile ce caracterizează sursa reală sunt curentul debitat de sursă, J și rezistența internă, r .
- Curentul prin ramură, I , diferă de curentul debitat de sursă funcție de valoarea tensiunii la bornele sursei:

$$I = J - U / r$$



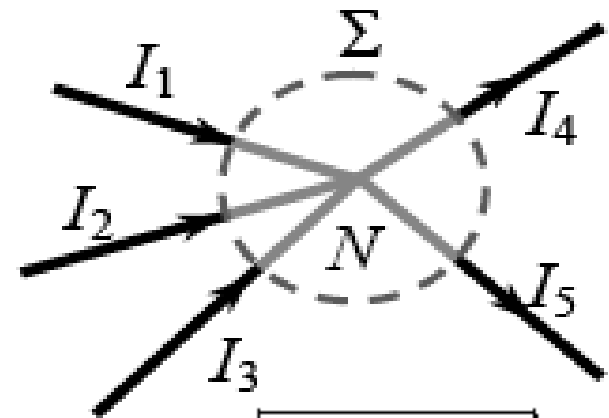
CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- 1.4 Teoreme fundamentale ale circuitelor de curent continuu
- 1.4.1. Teoremele lui Kirchhoff
- ***Prima teoremă a lui Kirchhoff*** este o consecință a legii conservării sarcinii electrice și se aplică într-un nod al unui circuit electric.
- Se consideră o suprafață închisă Σ în interiorul căreia se află nodul N.

!!! *Prima teoremă a lui Kirchhoff*

***Suma algebrică a intensităților
curenților din ramurile incidente
unui nod este nulă.***



$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

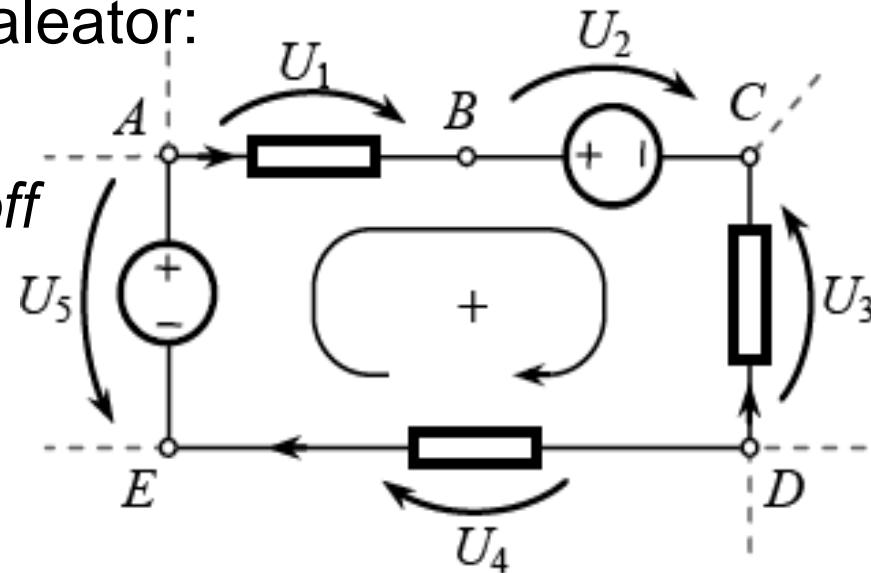
CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Teorema a doua a lui Kirchhoff** rezultă din legea conducției electrice și se aplică unui ochi al unui circuit electric.
- Se consideră un ochi de circuit în interiorul căruia se alege un sens de parcurgere aleator:

!!! A doua teoremă a lui Kirchhoff

Suma algebrică a tensiunilor de-a lungul unui ochi al unui circuit electric este nulă.

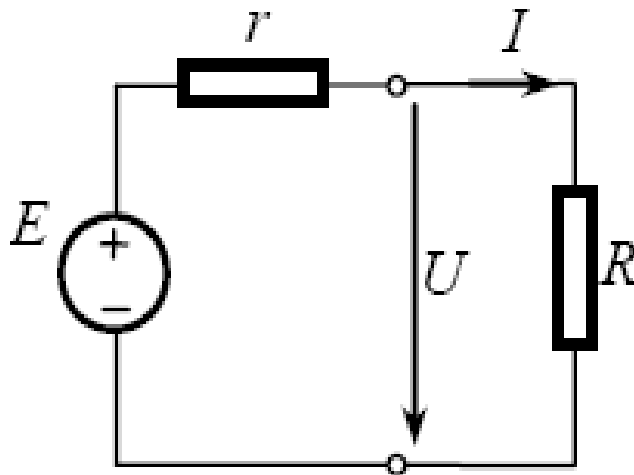


$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- 1.4.2. Teorema transferului maxim de tensiune
- Se consideră circuitul simplu alcătuit dintr-o sursă reală de tensiune caracterizată de E și r care debitează pe un rezistor exterior R un curent I .
- Când are loc transferul maxim de tensiune de la sursă către rezistor?



$$U = E - rI = E - r \frac{E}{R + r} =$$

$$E \frac{R}{R + r} < E$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Pentru un transfer maxim de tensiune este necesar ca raportul $\frac{R}{R+r}$ să fie cât mai mare.
- Asta înseamnă că $R \gg r$

!!! Teorema transferului maxim de tensiune

Transferul maxim de tensiune de la sursă către receptor are loc în cazul în care rezistența de sarcină este mult mai mare decât rezistența internă a sursei.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **1.4.3 Teorema transferului maxim de putere**
- Se consideră același circuit, dar în acest caz interesează transferul maxim de putere electrică de la sursă către receptor.
- Expresia puterii electrice primită de receptor este:

$$P = RI^2 = R \cdot \left(\frac{E}{R+r} \right)^2 = E^2 \frac{R}{(R+r)^2}$$

- Se observă ușor că atât pentru $R=0$ cât și pentru $R \rightarrow \infty$ puterea este nulă. Valoarea maximă se obține când:

$$R = r$$

Transferul maxim de putere de la sursă către receptor are loc în cazul în care rezistența de sarcină este egală cu rezistența internă a sursei.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

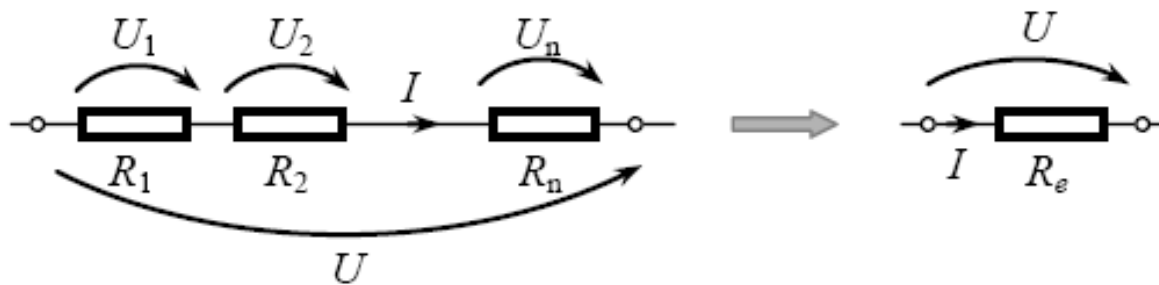
1.4.4 Gruparea rezistoarelor

- Prin gruparea rezistoarelor se urmărește în general obținerea unor circuite electrice simplificate care pot fi mai ușor analizate, respectiv reducerea numărului de elemente din circuit sau simplificarea structurii acestuia.
- Prin gruparea unor rezistoare nu trebuie modificată funcționarea circuitului fapt ce implică aceeași tensiune la bornele grupării și același curent.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Gruparea în serie a rezistoarelor.** Două sau mai multe rezistoare sunt conectate în serie dacă sunt parcurse de același curent.
- Rezistența echivalentă acestei grupări trebuie să mențină aceeași tensiune la bornele grupării U și același curent I . Ținând cont de teorema a doua a lui Kirchhoff se obține expresia rezistenței echivalente a n rezistoare grupate în serie:



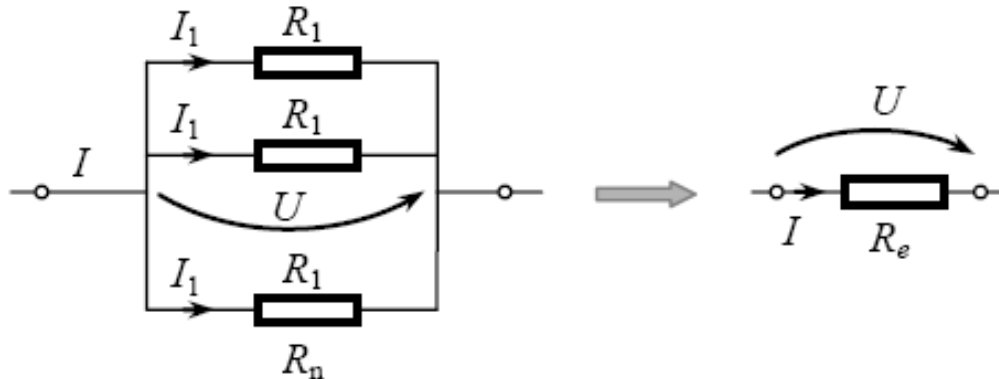
$$R_e = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2 + \dots + U_n}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \dots + \frac{U_n}{I}$$

$$R_e = \sum_{k=1}^n R_k$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Gruparea în paralel (derivație) a rezistoarelor.** Două sau mai multe rezistoare sunt conectate în paralel dacă au aceeași tensiune la borne.
- Rezistența echivalentă a acestei grupări trebuie să mențină aceeași tensiune U la bornele grupării și același curent I . Pentru n rezistoare grupate în paralel și ținând cont de teorema întâi a lui Kirchhoff se obține:



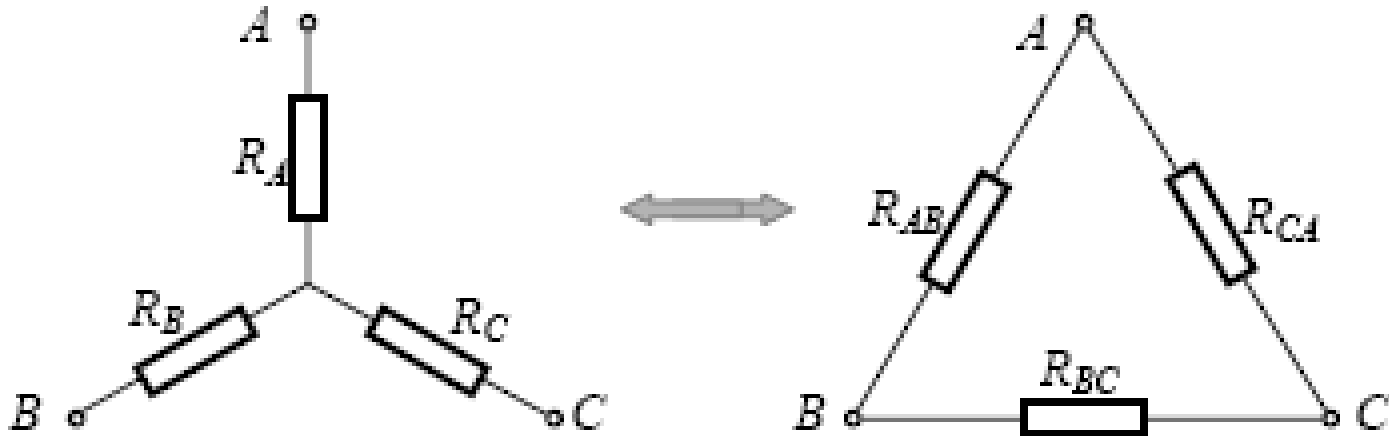
$$\frac{1}{R_e} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_n}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} + \dots + \frac{I_n}{U}$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Transfigurarea stea-triunghi.** Prin transfigurare se înțelege înlocuirea unei părți dintr-un circuit cu o alta echivalentă, astfel încât curentul și tensiunea la bornele circuitului să nu se modifice.



- Transfigurarea stea-triunghi presupune înlocuirea unui grup de rezistoare conectate în stea printr-un grup echivalent de rezistoare conectate în triunghi, sau invers.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Condiția de echivalență impune egalitatea rezistențelor între perechile de noduri omoloage.
- Se obțin astfel următoarele relații de transformare:

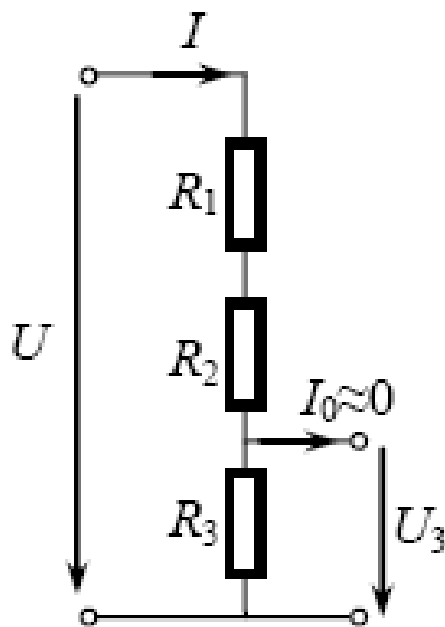
$$R_A = \frac{R_{AB}R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}};$$
$$R_B = \frac{R_{BC}R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}};$$
$$R_C = \frac{R_{CA}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}.$$

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C},$$
$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A},$$
$$R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_C R_A}{R_B}.$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Divizorul de tensiune și divizorul de curent.** În cazul în care este necesară o anumită valoare a tensiunii și nu se dispune de o sursă corespunzătoare se poate utiliza, în unele cazuri, un divizor de tensiune.
- Acesta este alcătuit dintr-un grup de rezistoare conectate în serie.



Tensiunea la bornele unui rezistor, de exemplu R_3 , se calculează cu expresia:

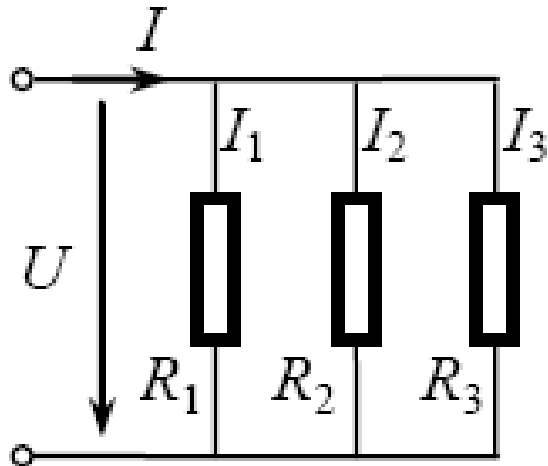
$$U_3 = R_3 I = R_3 \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$U_k = U \frac{R_k}{\sum R_k}$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Divizorul de curent** este un circuit dual alcătuit tot dintr-un grup de rezistoare dar conectate în paralel.
- Grupul este străbătut de curentul total I care se împarte prin fiecare rezistor proporțional cu valoarea inversă a rezistenței sale.



Curentul care străbate un rezistor, de exemplu R_3 , se calculează cu expresia:

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{I}{R_3} \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$I_k = \frac{I}{R_k} \frac{1}{\sum \frac{1}{R_k}}$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **1.5 Clasificarea și structura circuitelor electrice**
- **1.5.1 Clasificarea circuitelor electrice**
- Circuitele electrice pot fi clasificate după mai multe criterii:
 - **a.** După regimul permanent de funcționare:
 - circuite de curent continuu,
 - circuite de curent alternativ
 - **b.** După natura elementelor componente, circuitele electrice pot fi:
 - liniare (parametrii de circuit nu depind de U , I)
 - neliniare (depind de un parametru U, I)
 - parametrice (depind de un parametru variabil în timp)

CAPITOLUL 1

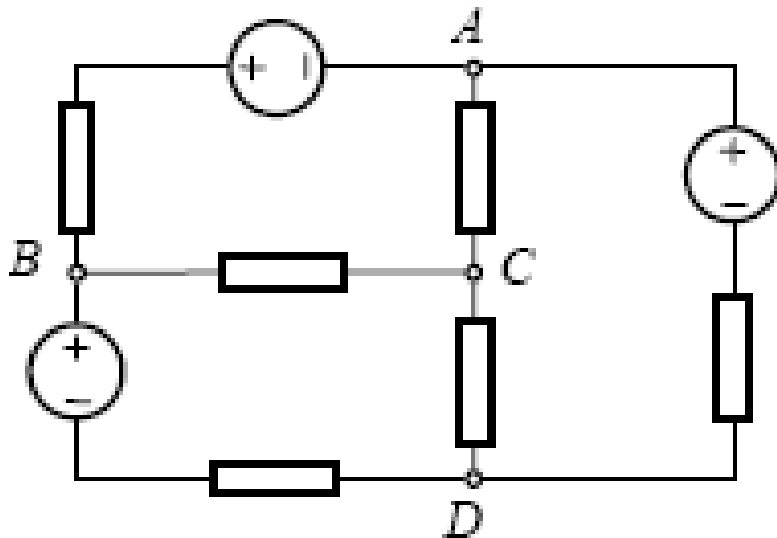
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **c.** După localizarea parametrilor sunt:
 - cu parametri concentrați
 - cu parametri distribuiți;
- **d.** După dimensiunile geometrice ale conductoarelor:
 - filiforme;
 - masive;
- **e.** După legătura cu exteriorul:
 - izolate electric
 - neizolate

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- 1.5.2 Structura (topologia) circuitelor electrice
- Din punct de vedere topologic, un circuit electric complex sau o rețea se caracterizează prin ramuri (laturi), noduri și ochiuri de circuit.



Ramura este o porțiune neramificată de circuit, în lungul căreia curentul are aceeași intensitate.

Sunt evidențiate ramurile AB, AC, AD, BC, BD, CD. Numărul de ramuri al unui circuit se notează cu r .

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Ramurile unui circuit pot fi: receptoare sau generatoare.
- Ramura este receptoare dacă puterea ei este pozitivă $P=UI >0$, adică mărimile U și I au același sens. Dacă U și I au sensuri contrare, puterea la bornele ramurii este negativă $P=UI <0$, ramura este generatoare.
- Se numește nod, punctul dintr-un circuit ramificat în care se intersectează cel puțin trei ramuri (A, B, C, D). Numărul de noduri dintr-un circuit se notează cu n .
- Se definește drept ochi al unui circuit un contur conductor închis, format din succesiunea mai multor ramuri (ABCA, ACDA, ADBA etc.).
- Numărul ochiurilor independente dintr-un circuit ramificat este: $o = r - n + 1$.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **1.6 Metode de analiză a circuitelor electrice de c.c.**
- **1.6.1 Probleme generale**
- Analiza circuitelor electrice constă în determinarea curenților prin ramuri, a tensiunilor între noduri și eventual a puterilor aferente ramurilor.
- Etapele analizei unui circuit sunt următoarele:
 - se fixează arbitrar, pentru fiecare ramură, un sens pozitiv al curentului (care se indică prin săgeți în schema circuitului):
 - se scrie sistemul de ecuații prin aplicarea legilor și teoremelor circuitelor de c.c.;
 - se rezolvă sistemul de ecuații, determinându-se curenții și/sau tensiunile necunoscute;
 - se verifică eventual rezultatele obținute.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

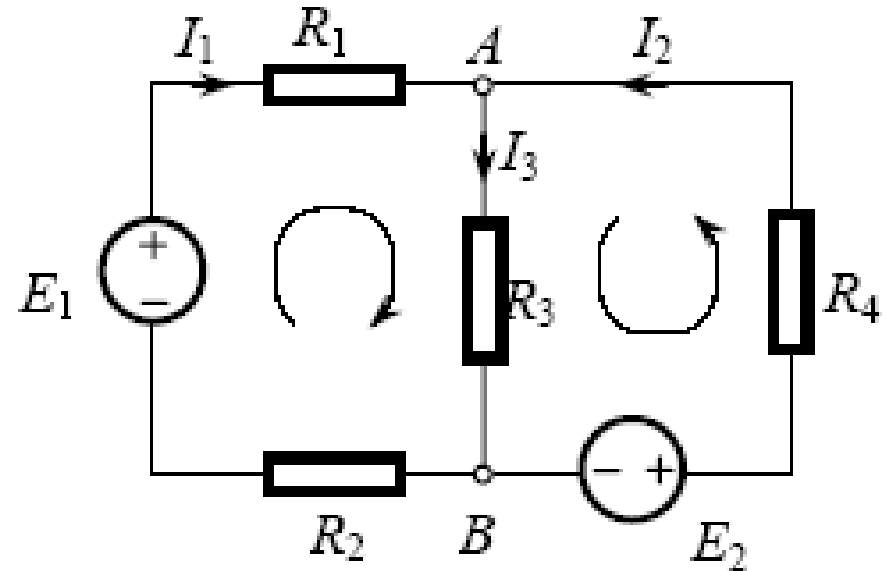
- 1.6.2 Metode de analiză cu obținerea răspunsului în toate ramurile
 - A. Metoda utilizării teoremelor lui Kirchhoff
- Rezolvarea circuitelor prin utilizarea teoremelor lui Kirchhoff constituie metoda generală de analiză a circuitelor electrice și poate fi aplicată oricărui circuit.
- Analiza unui circuit prin această metodă implică rezolvarea unui sistem liniar cu r ecuații și r necunoscute.
- Ecuațiile se obțin prin aplicarea primei teoreme a lui Kirchhoff pentru $n-1$ noduri independente și a celei de-a doua teoreme a lui Kirchhoff pentru $o = r - n + 1$ ochiurilor independente alese convenabil.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Exemplu**
- Se dă circuitul din fig. să se analizeze aplicând teoremele lui Kirchhoff.

$$\begin{aligned}R_1 &= 4\Omega; & R_2 &= 2\Omega; \\R_3 &= 6\Omega; & R_4 &= 12\Omega; \\E_1 &= 30\text{V}; & E_2 &= 30\text{V}\end{aligned}$$



$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3; \\ E_1 = (R_1 + R_2)I_1 + R_3I_3; \\ E_2 = R_2I_2 + R_3I_3. \end{cases} \quad I_1 = 2\text{A}; \quad I_2 = 1\text{A}; \quad I_3 = 3\text{A}$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **B. Metoda suprapunerii efectelor (a superpoziției)**
- Această metodă se bazează pe teorema suprapunerii efectelor.

Tensiunea la borne sau curentul printr-un element al unui circuit liniar, care conține două sau mai multe surse, este egal cu suma tensiunilor, respectiv a curenților produse de fiecare sursă dacă ar acționa separat.

- Conform acestei teoreme fiecare sursă din circuit creează în fiecare ramură componenta proprie de curent iar acestea se adună, formând curentul ramurii respective.
- Cu alte cuvinte, fiecare sursă din circuit are contribuția sa în răspunsul circuitului curent sau tensiune, iar acesta reprezintă suma acestor contribuții.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Analiza unui circuit prin metoda suprapunerii efectelor implică următoarele etape:
 - se sting toate sursele din circuit (se mențin rezistențele lor interne) în afară de una singură și se calculează curenții pe care-i produce în ramuri această sursă;
 - se repetă etapa pentru fiecare sursă din circuitul considerat;
 - se calculează curenții reali din ramuri, efectuând suma algebrică a curenților determinați separat pentru fiecare sursă.

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- **Exemplu**
- Se dă circuitul din fig. Să se analizeze aplicând metoda suprapunerii efectelor.

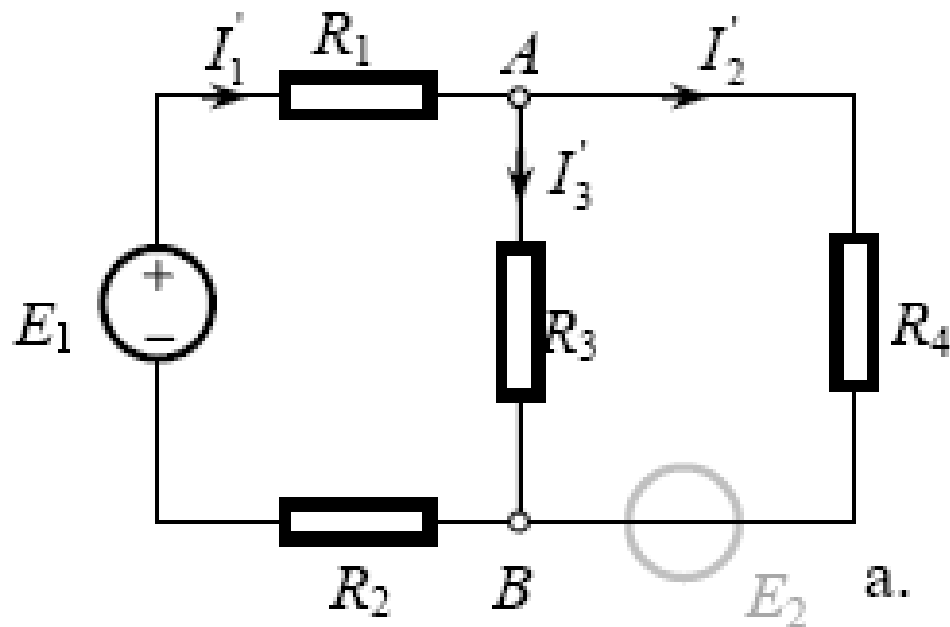
$$R_{r1} = R_1 + R_3 // R_4 + R_2,$$

$$R_{r1} = 4 + 6 // 12 + 2 = 10\Omega.$$

$$I_1' = \frac{E_1}{R_{r1}} = \frac{30}{10} = 3\text{ A};$$

$$I_2' = I_1' \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 3 \frac{6}{18} = 1\text{ A}.$$

$$I_3' = I_1' \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 3 \frac{12}{18} = 2\text{ A}$$



CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

$$R_{r2} = (R_1 + R_2) // R_3 + R_4,$$

$$R_{r2} = (2 + 4) // 6 + 12 = 15\Omega.$$

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{r2}} = \frac{30}{15} = 2\text{ A};$$

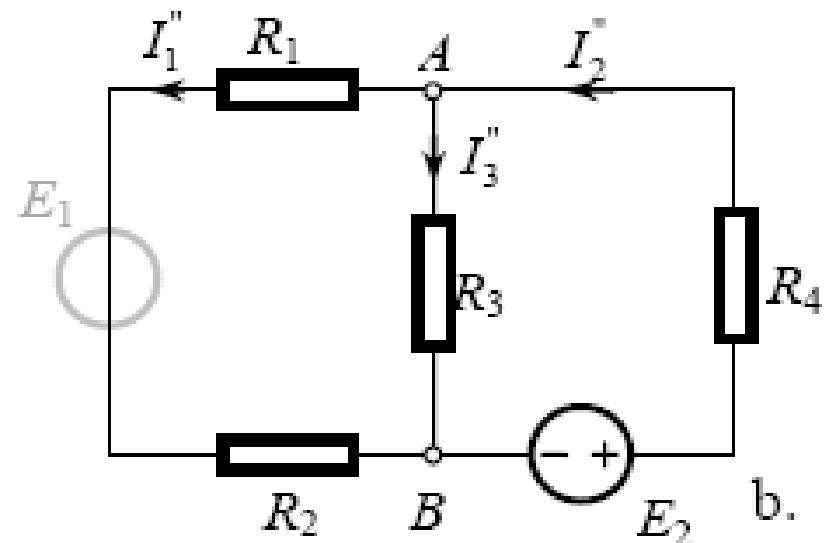
$$I_1'' = I_2'' \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 2 \frac{6}{4 + 2 + 6} = 1\text{ A};$$

$$I_3'' = I_2'' - I_1'' = 2 - 1 = 1\text{ A}.$$

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 3 - 1 = 2\text{ A};$$

$$I_2 = I_2'' - I_2' = 2 - 1 = 1\text{ A}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 2 + 1 = 3\text{ A}$$



CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- C. Metoda generatorului echivalent de tensiune
- Este o aplicație a teoremei cu același nume (a lui Thévenin).

Un circuit liniar complex poate fi echivalat între două borne cu o sursă reală de tensiune având t.e.m. egală cu tensiunea la gol între bornele considerate și rezistența internă egală cu rezistența echivalentă a circuitului pasivizat între bornele considerate.

- În acest caz de analiza a circuitelor electrice, interesează determinarea răspunsului (curent sau tensiune) numai pe o singură ramură.

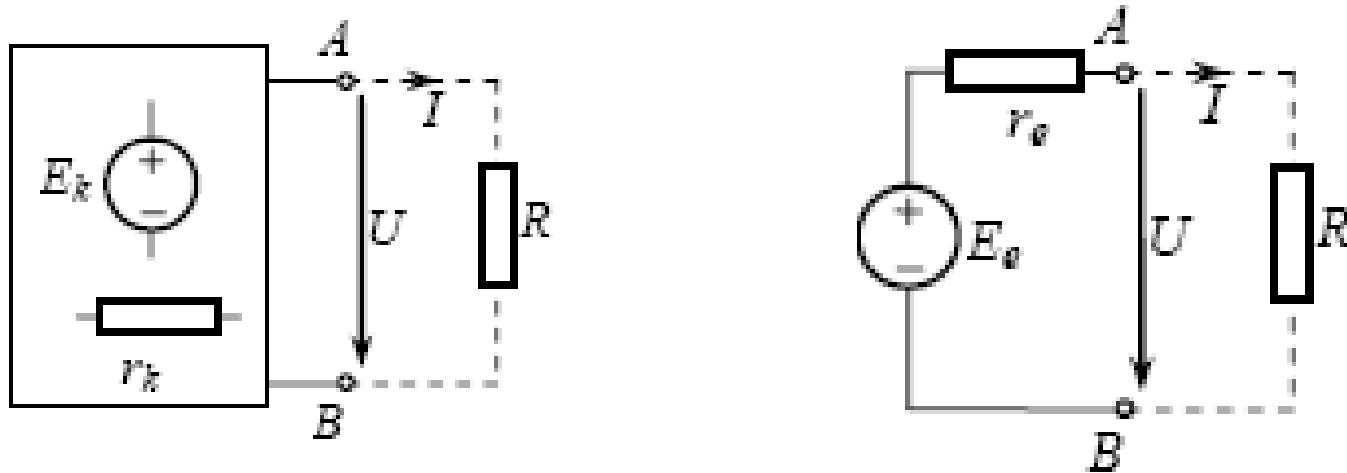
CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

- Prin urmare, orice rețea liniară activă având două borne de acces cu exteriorul, A și B , se poate substitui printr-un generator real de tensiune echivalent.
- Mărimile care caracterizează generatoarele echivalente sunt:
 - t.e.m. E_e egală cu tensiunea de mers în gol a rețelei U_0 , în cazul generatorului echivalent de tensiune;
 - curentul sursei echivalent J_e egal cu curentul de scurtcircuit debitat de către circuit I_{sc} , în cazul generatorului echivalent de curent;
 - rezistența internă r_e egală cu rezistența echivalentă a rețelei pasivizate R_e (rezistență calculată între bornele A și B după stingerea tuturor surselor dar cu păstrarea rezistențelor lor interne r_k).

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU



$$I = \frac{E_e}{R + r_e}; \quad U = RI$$

CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

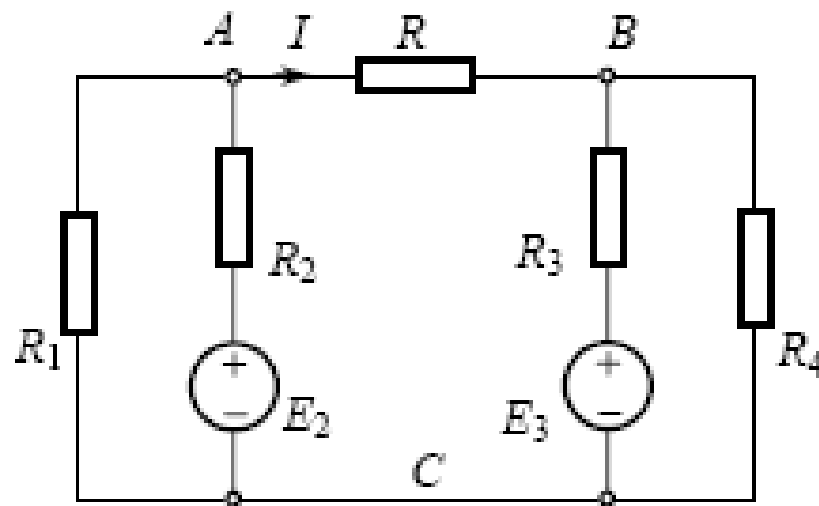
- **Exemplu**
- Se consideră circuitul din fig. Să se analizeze cu ajutorul teoremei lui Thevenin, determinându-se I prin R .

$$R_1 = R_2 = 2\Omega, \quad E_2 = 16V,$$

$$R_3 = 3\Omega, R_4 = 6\Omega, \quad E_3 = 18V,$$

$$R = 7\Omega.$$

Pentru aceasta se înlătură mai întâi rezistorul R , adică se întrerupe circuitul între bornele A și B , și se determină circuitul echivalent între bornele A și B .



CAPITOLUL 1

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT CONTINUU

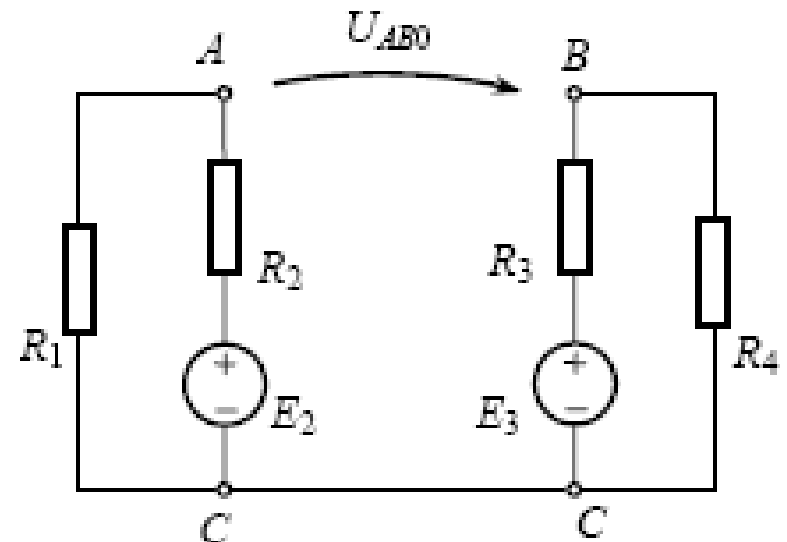
Se determină tensiunea generatorului echivalent E_e :

$$E_e = U_{AB0} = U_{AC} - U_{BC} = \frac{E_2 R_1}{R_1 + R_2} - \frac{E_3 R_4}{R_3 + R_4} = -4V$$

Se calculează rezistența echivalentă ca fiind rezistența circuitului pasivizat:

$$r_e = R_1 // R_2 + R_3 // R_4 = 3\Omega$$

$$I = \frac{E_e}{R + r_e} = \frac{-4}{7 + 3} = -0,4A.$$



CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

2.1 Noțiuni introductive

- Teoria macroscopică (fenomenologică) a câmpului electromagnetic, care reprezintă baza teoretică a electrotehnicii, a fost elaborată de J.C. Maxwell (1831-1879) și H. Hertz (1857-1894).
- Conform acestei teorii, interacțiunile electromagnetice se transmit din aproape în aproape în timp și spațiu, prin intermediul câmpului electromagnetic care se propagă în spațiu cu viteza luminii.
- Câmpul electromagnetic, cu cele două aspecte particulare, *câmpul electric* și *câmpul magnetic*, constituie un sistem fizic distinct față de corpuri, care poate exista atât în interiorul corpurilor cât și în afara lor.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Teoria macroscopică a câmpului electromagnetic folosește șase mărimi primitive: patru mărimi caracterizează starea electromagnetică a corpurilor (mărimi electrice sau magnetice de stare a corpurilor), iar două - starea câmpului electromagnetic (electric, respectiv magnetic).
- În cele ce urmează, se prezintă numai unele elemente de teoria câmpului magnetic (mărimi, legi și teoreme ale câmpului, mediilor și materialelor magnetice), absolut necesare pentru studiul și calculul circuitelor magnetice, precum și a aplicațiilor din tehnică, a fenomenelor electromagnetice în general.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

2.1.1 Mărimi de stare ale câmpului magnetic

- Câmpului magnetic reprezintă al doilea aspect al câmpului electromagnetic cu studiul căruia se ocupă *electrodinamica*.
- Sa constată experimental că în vecinătatea magneților permanenți sau a circuitelor electrice străbătute de curenți electrici, apare o stare specială a materiei caracterizată prin manifestări de natură mecanică sau electrică, numită câmp magnetic.
- De exemplu, în vecinătatea unui conductor străbătut de curent electric, direcția de orientare a unui ac magnetic se modifică.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- De asemenea, între conductoarele străbătute de curent electric se exercită acțiuni mecanice (cupluri și forțe).
- La capetele unui conductor aflat în vecinătatea unui circuit străbătut de curent electric variabil, apare o tensiune indusă.
- Toate aceste manifestări pun în evidență existența câmpului magnetic.
- Câmpul magnetic poate fi produs de corpuri magnetizate, de circuite electrice străbătute de curent electric sau de câmpuri electrice variabile în timp.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *Inducția magnetică*
- Mărimea primitivă care caracterizează câmpul magnetic în fiecare punct al său este *inducția magnetică*, reprezentată de vectorul B .
- În SI inducția magnetică se măsoară în *tesla* [T].
- Această mărime se poate determina experimental pe baza acțiunilor mecanice exercitate de câmpul magnetic.
- Astfel inducția unui câmp magnetic uniform este o mărime vectorială numeric egală cu forța cu care câmpul magnetic acționează asupra unui conductor lung de 1m prin care trece un curent de 1A când este așezat perpendicular pe liniile câmpului magnetic.

CAPITOLUL 2

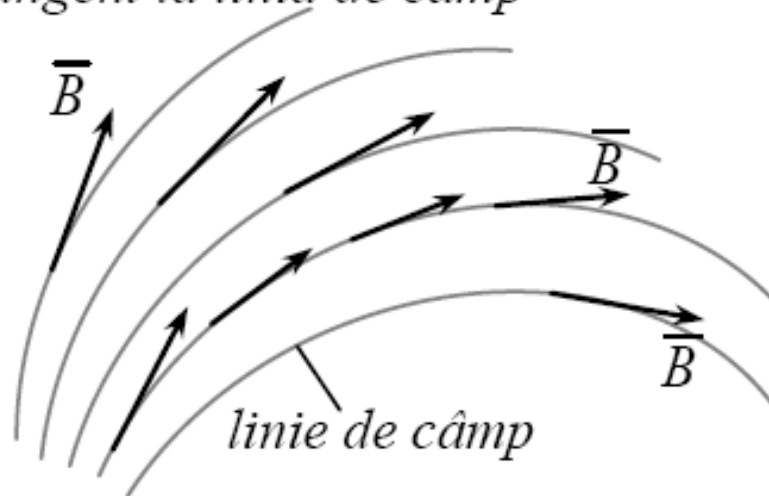
ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Câmpul magnetic poate fi descris cu ajutorul liniilor de câmp.
- Considerând în fiecare punct al câmpului vectorul inducție corespunzător B se pot trasa niște linii astfel încât în fiecare punct vectorul B să fie tangent la liniile trasate.
- Aceste linii imaginare se numesc *linii de câmp*, de exemplu liniile după care se orientează pilitura de fier în jurul unui magnet.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

*vectorul inducție magnetică
tangent la linia de câmp*



- Tangenta la liniile de câmp are în fiecare punct direcția și sensul vectorului B . Liniile de câmp sunt întotdeauna linii închise, fără început sau sfârșit.

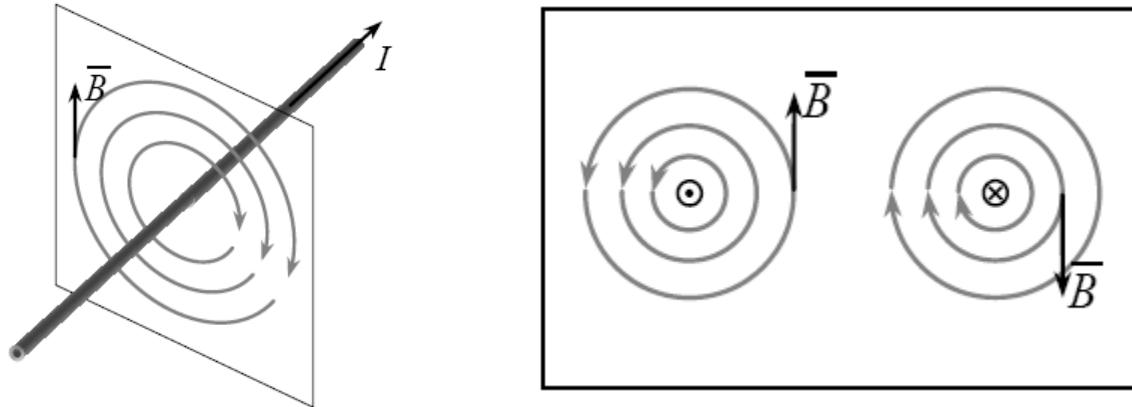
CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Prin intermediul liniilor de câmp se poate aprecia mai bine semnificația inducției magnetice: liniile de câmp sunt astfel repartizate încât numărul lor pe unitatea de suprafață transversală, (densitatea) este proporțional cu modulul inducției magnetice.
- În consecință desimea liniilor de câmp sugerează cât de mare este valoarea inducției magnetice într-o anumită zonă sau cât de puternic este câmpul în acea zonă.
- Ansamblul liniilor de câmp se numește *spectru magnetic*.
- Ansamblul liniilor de câmp cuprinse în interiorul unei suprafețe care se sprijină pe un contur închis se numește *tub de câmp magnetic*.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

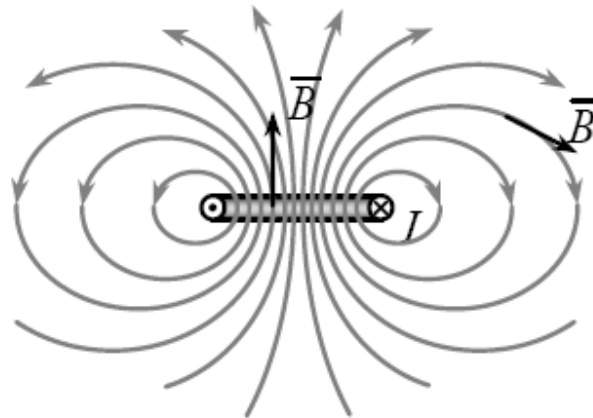


- Din motive de simetrie, în orice plan perpendicular pe conductor, distribuția câmpului magnetic este aceeași.
- Tot din motive de simetrie, liniile de câmp au formă de cercuri concentrice având conductorul în centru.
- În reprezentarea din planul perpendicular pe conductor sensul curentului este reprezentat printr-o cruce pentru curentul care intră în plan (dreapta) și printr-un punct pentru curentul care iese din plan (stânga).

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Sensul liniilor de câmp este dat de regula burghiului drept: se rotește burghiul astfel încât sensul de înaintare să fie sensul curentului; sensul de rotație al burghiului indică sensul liniilor de câmp.

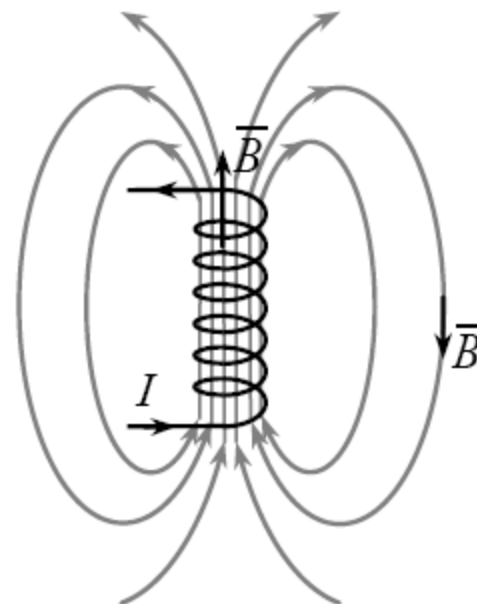


- În cazul în care conductorul este curb distribuția câmpului se modifică ușor: liniile de câmp au de asemenea formă de cercuri concentrice situate într-un plan perpendicular pe conductor, dar aceste plane nu mai sunt paralele.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Spectrul liniilor unui câmp creat de o spiră circulară străbătută de curent electric. Spira poate fi considerată un conductor curbat la limită.
- Liniile de câmp sunt situate în plane perpendiculare pe axul spirei (ca în figură), trecând prin centrul ei.
- În interiorul spirei direcția inducției magnetice este perpendiculară pe planul spirei. Spira „adună” toate liniile de câmp și le trece prin interiorul ei, în sensul dat de regula burghiului drept (sensul de rotație este dat de sensul curentului).

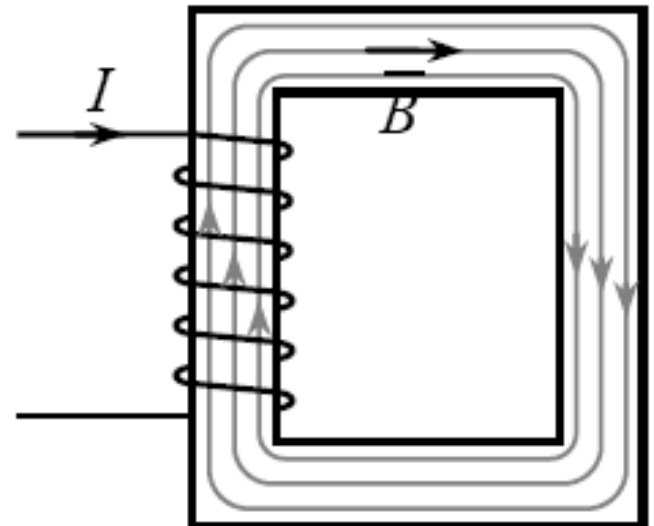


CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Spectrul liniilor de câmp al unui solenoid străbătut de un curent electric.
- Solenoidul este o bobină obținută prin înfășurarea unui conductor pe suprafața unui cilindru. Câmpul magnetic din interiorul solenoidului poate fi considerat omogen dacă lungimea lui este mult mai mare decât diametrul.

Deoarece este echivalent cu mai multe spire înseriate, așezate de-a lungul axei solenoidului, și în acest caz toate liniile de câmp sunt „adunate snop”, intrând pe la un capăt al solenoidului și ieșind pe la celălalt capăt.



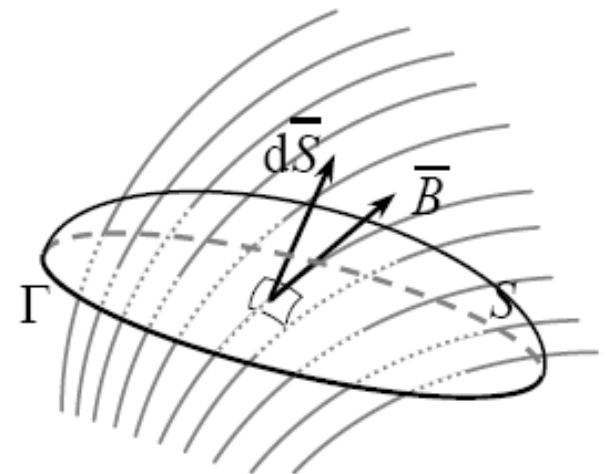
CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *Fluxul magnetic*
- Pentru a studia configurația spațială a câmpului magnetic s-a ales o mărime fizică scalară numită flux magnetic, care face legătura între geometria suprafețelor intersectate liniile câmpului magnetic și inducția magnetică.
- Se consideră o suprafață S situată într-un câmp magnetic de inducție B .

Se definește mărimea scalară flux magnetic Φ printr-o suprafață deschisă S , sprijinită pe un contur Γ și situată într-un câmp magnetic, prin:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



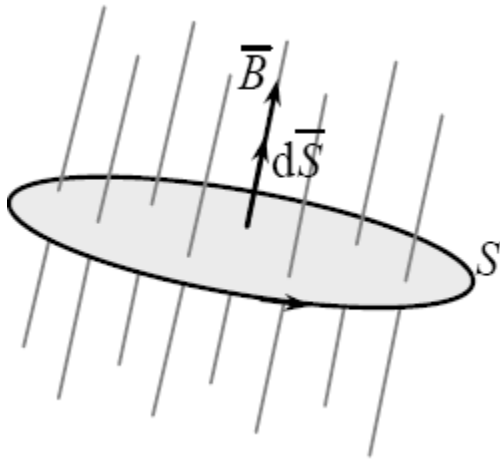
CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- În cazul unui câmp magnetic omogen ($B=ct.$), perpendicular pe suprafața S , unghiul dintre vectorii B și dS este zero, astfel că produsul scalar $B \cdot dS$ integrării, este:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S B \cdot dS = B \iint_S dS = B \cdot S$$

$$\Phi = B \cdot S$$



Referitor la fluxurile magnetice care se întâlnesc în circuitele magnetice, se utilizează următoarea terminologie:

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *fluxul magnetic fascicular* Φ , definit ca fluxul magnetic prin secțiunea transversală a unui circuit magnetic, de exemplu fluxul prin suprafața unei spire a unei bobine;
- *fluxul magnetic total* ψ , definit ca fluxul magnetic care străbate suprafața totală a unui circuit. Fluxul total creat de o înfășurare cu N spire este:

$$\Psi = N \cdot \Phi_{med}$$

unde Φ_{med} reprezintă valoarea medie a fluxului fascicular

- *fluxul magnetic util* Φ_u , definit ca fluxul magnetic fascicular din porțiunile utile ale unui circuit magnetic, conform funcționării sau aplicațiilor tehnice ale acestuia;

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *fluxul magnetic de dispersie (sau de scăpări), Φ_d este fluxul magnetic ale cărui linii de câmp se închid prin afara porțiunilor utile ale unui circuit magnetic.*
- *Legea fluxului magnetic.*
- *Se consideră o suprafață închisă Σ , se poate scrie următoarea expresie:*

$$\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Fluxul magnetic total care străbate o suprafață închisă este nul în orice moment, indiferent de forma suprafeței.

- *Legea pune în evidență faptul că liniile câmpului magnetic sunt linii închise.*

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- **2.1.2 Câmpul magnetic în substanță.**
- *Intensitatea câmpului magnetic.*
- Dacă un corp oarecare situat într-un câmp magnetic este supus unor forțe sau cupluri, fără ca el să fie parcurs de curent electric, se spune că corpul se află în stare de magnetizare.
- Magnetizarea poate fi permanentă, în cazul magneților permanenți, sau temporară funcție de absența sau prezența unui câmp magnetic exterior.
- Experiența arată că dacă un circuit parcurs de curent electric este realizat pe un suport dintr-un anumit material și nu în vid, inducția magnetică a câmpului pe care îl produce este modificată de prezența materialului, fiind diferită de cea corespunzătoare vidului.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Astfel, în orice substanță există curenți elementari produși de mișcarea electronilor în atomi sau în molecule. Acești curenți au fost luați în considerare prima oară de către Ampère, în scopul explicării magnetizării materialelor și au fost numiți *curenți moleculari*.
- Fiecare curent molecular produce un câmp magnetic propriu. În lipsa unui câmp magnetic extern, orientarea acestor magneți moleculari este haotică iar efectul lor cumulat, la nivel macroscopic este nul.
- În cazul magneților permanenți, magneții moleculari sunt parțial orientați, dând naștere unui câmp magnetic macroscopic de valoare importantă.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Câmpul magnetic creat de circuitele parcurse de curenți electrici influențează substanța în sensul ordonării magneților moleculari.
- Astfel la câmpul magnetic creat de curentul electric *exterior* se adaugă și contribuția materialului, prin câmpul magnetic creat de *curenții moleculari*, dând naștere unui câmp magnetic rezultat în substanță.
- Câmpul magnetic creat de un curent electric în vid (sau aer) diferă de câmpul magnetic total creat de același curent într-un material. Pentru a înlătura ambiguitatea referitoare la ce parte se datorează curentului exterior și ce parte materialului în sine s-a introdus o altă mărime pentru caracterizarea câmpului magnetic numită *intensitatea câmpului magnetic H*.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- De aceea vectorul H se definește în vid (sau aer):

$$\overline{H} = \frac{\overline{B}_0}{\mu_0}$$

- unde μ_0 se numește *permeabilitate magnetică a vidului*. Este o mărime constantă, având valoarea $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.
- În vid, aer și alte medii izotrope fără magnetizare permanentă, vectorii B și H sunt coliniari.
- Dacă cele două mărimi vectoriale B și H nu se modifică ca valoare și orientare de la un punct la altul al câmpului, câmpul se numește uniform.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- În cazul anumitor materiale, prin fenomenul de magnetizare, se produce o intensificarea a câmpului magnetic exterior; aceste materiale sunt denumite *paramagnetice*.
- Din categoria acestora se remarcă materialele *feromagnetice*.
- În cazul altor materiale se produce o reducere a câmpului, materialele fiind denumite *diamagnetice*.
- Starea de magnetizare a unui corp este caracterizată local de către o mărime vectorială numită *magnetizație*, datorată orientării magneților moleculari elementari.
- În cazul substanțelor lipsite de magnetizare permanentă, magnetizația temporară este proporțională cu intensitatea câmpului magnetic exterior:

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

$$\overline{M} = \chi_m \overline{H}$$

- în care χ_m se numește susceptivitatea magnetică, o mărime adimensională ce caracterizează proprietățile magnetice ale unui corp. În aceste condiții, inducția magnetică totală rezultantă este:

$$\overline{B} = \overline{B}_0 + \overline{B}_s = \mu_0(\overline{H} + \overline{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\overline{H} = \mu_0\mu_r\overline{H} = \mu\overline{H}$$

unde B_s este inducția magnetică datorată curenților moleculari.

- În concluzie, în substanță relația de legătură între B și H se modifică devenind:

$$\overline{B} = \mu\overline{H}$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- μ reprezintă permeabilitatea absolută fiind o mărime ce caracterizează proprietățile magnetice ale materialelor și se măsoară în SI în henry pe metru [H/m].

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

- în care μ_r este o mărime adimensională numită *permeabilitatea magnetică relativă*.
- În cazul materialelor paramagnetice iar în cazul celor diamagnetice $\chi_m > 0 \rightarrow \mu_r > 1$. Din categoria materialelor paramagnetice fac parte Al, Na, Mg, Cr, W iar din cea a materialelor diamagnetice Au, Ag, Hg, Si, Cu, Pb, S.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- 2.1.3 Teorema lui Ampère
- Câmpul magnetic poate fi creat de conductoare străbătute de curent electric, de corpurile magnetizate sau de câmpuri electrice variabile în timp. De altfel unul dintre efectele curentului electric este generarea câmpului magnetic.

curent electric \longrightarrow *câmp magnetic*

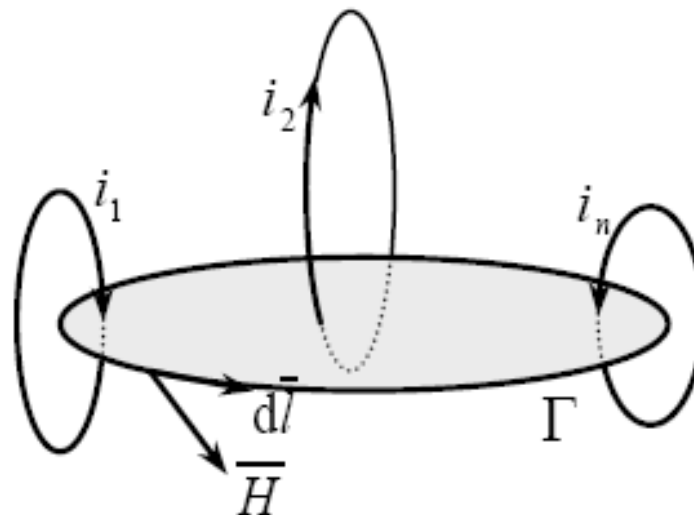
- Un conductor străbătut de curent electric crează în jurul său un câmp magnetic.
- Câmpul magnetic se extinde, teoretic, până la infinit, dar pe măsură ce ne depărtăm de conductor, câmpul slăbește devenind la un moment dat neglijabil.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Teorema lui Ampère exprimă matematic legătura care se stabilește între valoarea intensității curentului electric care străbate un conductor și intensitatea câmpului magnetic pe care îl crează.
- Fie un contur închis Γ și n conductoare străbătute de curenții de conducție i_1, i_2, \dots, i_n care străbat suprafața delimitată de conturul Γ . Expresia matematică a teoremei lui Ampère este:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{k=1}^n i_k$$



CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

Circulația vectorului intensității câmpului magnetic de-a lungul unei curbe închise este egală cu suma algebrică a intensităților curenților care străbat suprafața închisă de curbă Γ .

- Sensul curenților se asociază cu sensul de parcurs al conturului după legea burghiului. Astfel i_1 este negativ (intră în suprafața considerată), iar i_2 pozitiv.
- Suma curenților care străbat suprafața delimitată de un contur oarecare se numește *solenajie* – θ .
- Când conturul de integrare străbate o bobină, trebuie luată în considerare suprafața tuturor celor N spire străbătute de curentul i astfel încât solenajia unei bobine este:

$$\theta = \sum i_k = Ni$$

CAPITOLUL 2

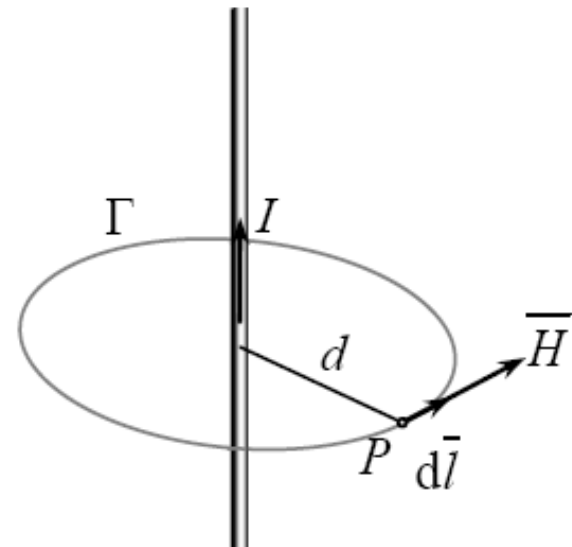
ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Utilizând solenația, teorema lui Ampère se poate scrie sub forma:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \theta$$

- $\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} \stackrel{\text{not}}{=} u_{mm}$ se numește *tensiune magnetomotoare* (t.m.m.) și se măsoară în *amperspire* [A·sp].
- Teorema lui Ampère este foarte utilă pentru calculul câmpului magnetic.

Astfel se poate calcula, intensitatea câmpului magnetic creat de un conductor rectiliniu, infinit, aflat în vid, străbătut de curentul I .



CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Se consideră un punct oarecare din spațiu P aflat la distanța d de acesta.
- Traseul liniei de câmp care trece prin punctul P este un cerc de rază d .
- În orice punct de pe cerc vectorul H este paralel cu d .
Aplicând teorema lui Ampère de-a lungul acestei linii de câmp rezultă:

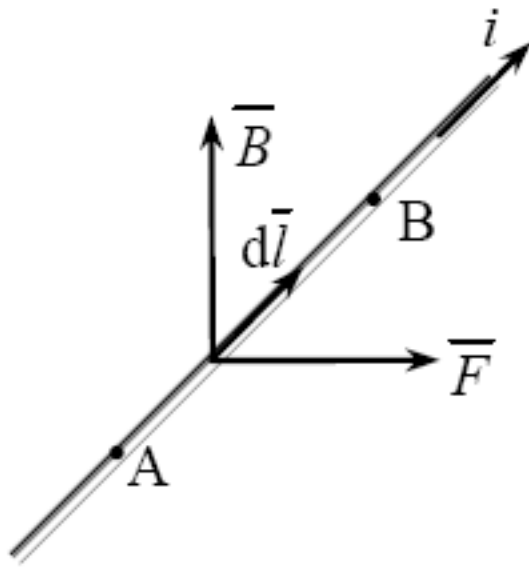
$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma} H \cdot dl = H \oint_{\Gamma} dl = 2\pi d H = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi d}$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- 2.2 Fenomene specifice câmpului magnetic
- 2.2.1 Forțe în câmp magnetic
- **Forța electromagnetică (forța Laplace)** este forța care se exercită asupra unui conductor străbătut de curent electric aflat în câmp magnetic.



Se consideră un element infinitesimal de lungime dintr-un conductor străbătut de curentul electric i aflat într-un câmp magnetic de inducție B . Asupra sa se exercită o forță infinitesimală:

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Forța care se exercită asupra unei porțiuni de conductor cuprinsă între punctele A și B se obține prin integrare:

$$\vec{F} = \int_A^B d\vec{F} = i \int_A^B d\vec{l} \times \vec{B}$$

- În cazul particular în care câmpul este omogen (=const.) și porțiunea de circuit de lungime l considerată este rectilie se obține:

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$$

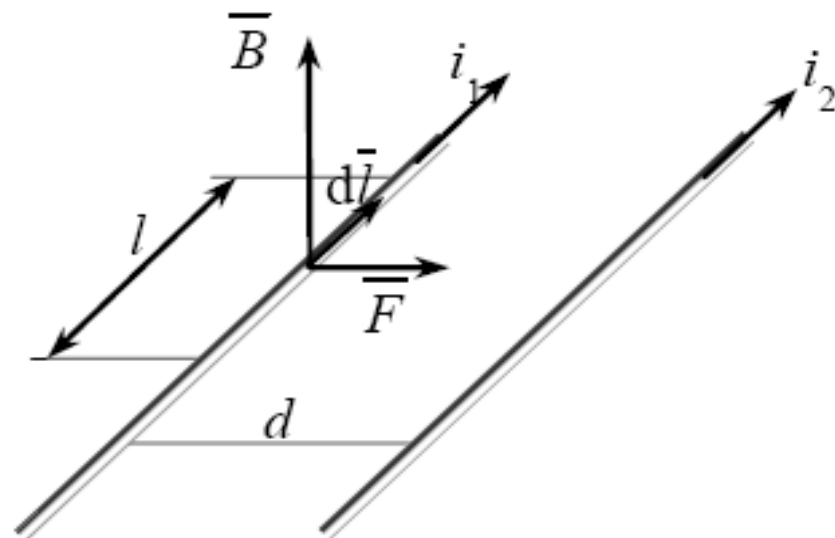
- **Forța electrodinamică (forța lui Ampère)** este forța care se exercită între două conductore parcurse de curent electric.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Se consideră cazul particular a două conductoare paralele de lungime infinită.
- Conductoarele sunt așezate la o distanță d și sunt străbătute de curenții i_1 și i_2 în același sens. Pentru început se va determina forța care se exercită asupra unei porțiuni l din conductorul din stânga, străbătut de curentul i_1 .

Câmpul magnetic de inducție este creat de către al doilea conductor aflat la distanța d de primul și străbătut de curentul i_2 .



CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Inducția magnetică este:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$$

- Forța electromagnetică cu care conductorul al doilea acționează asupra primului conductor este de forma:

$$F = B \cdot i_1 \cdot l = \frac{\mu_0}{2\pi d} i_1 i_2 l$$

- Conform principiului acțiunii și reacțiunii, primul conductor exercită asupra unei porțiuni de lungime l din cel de-al doilea conductor o forță egală și de sens contrar.
- Cele două conductoare străbătute de curenți în același sens se atrag. În cazul în care curenții circulă în sensuri opuse, rezultă o forță de respingere.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- **2.2.2 Legea inducției electromagnetice**
- Orice curent electric, indiferent dacă și cum variază în timp, dă naștere în spațiul în care se află unui câmp magnetic. Legătura inversă, prin care câmpul magnetic poate genera curent electric este pusă în evidență prin fenomenul de inducție electromagnetică.
- Fenomenul numit *de inducție electromagnetică* constă în generarea unei tensiuni electromotoare într-un conductor străbătut de un flux magnetic variabil în timp.
- Acest fenomen permite conversia energiei mecanice în energie electrică și stă la baza funcționării generatoarelor și motoarelor electrice.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *Legea inducției electromagnetice* a fost stabilită de Faraday și completată de Lenz sub forma:

Tensiunea electromotoare e indusă în lungul unui contur închis Γ este egală cu viteza de scădere a fluxului magnetic prin orice suprafața S sprijinită pe acest contur.

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

- În plus, dacă acel conductor se află sub forma unui circuit închis t.e.m. indusă dă naștere unui curent indus care străbate circuitul.
- Dacă se ține cont de relația de definiție a fluxului magnetic

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \longrightarrow \quad e = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Variația în timp a fluxului prin suprafața delimitată de conductor se poate realiza în două moduri:
 - conductorul este fix iar inducția magnetică, respectiv fluxul este variabil în timp; t.e.m. se numește *statică* sau *transformatorică*:

$$e_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S}$$

- conductorul se deplasează liniar, se rotește sau se deformează într-un câmp magnetic invariabil în timp, astfel încât prin suprafața delimitată de conductor fluxul variază; t.e.m. indusă *dinamică* sau de mișcare și are forma:

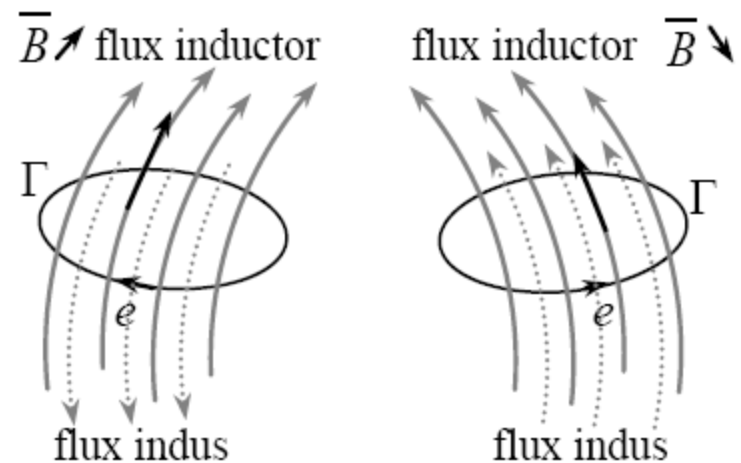
$$e_d = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S (\bar{v} \times \bar{B}) \cdot d\bar{l}$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Sensul t.e.m. induse este dat de regula lui Lenz. Conform acesteia, t.e.m. indusă are un astfel de sens încât efectele sale se opun cauzei care a produs-o, respectiv variației fluxului magnetic.

Dacă *fluxul inductor* are valori crescătoare în timp, atunci t.e.m. indusă are un astfel de sens încât *curentul indus* pe care îl produce dă naștere unui *flux indus* de sens contrar. În acest fel este diminuată creșterea fluxului inductor.



- In caz contrar, având același sens, se adaugă fluxului inductor diminuând scăderea acestuia.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- 2.3 Circuite magnetice
- 2.3.1. Structura circuitelor magnetice
- Prin circuit magnetic se înțelege un ansamblu de medii prin care se pot închide liniile unui câmp magnetic.
- În principiu, se compune din unul sau mai multe corpuri feromagnetice separate sau nu prin intervale de aer.
- La realizarea circuitelor magnetice se folosesc materiale feromagnetice deoarece, datorită permeabilității magnetice mari, pot concentra cea mai mare parte a liniilor câmpului magnetic, produs de magneți permanenți sau de bobine (înfășurări), de-a lungul traseelor utile.

CAPITOLUL 2

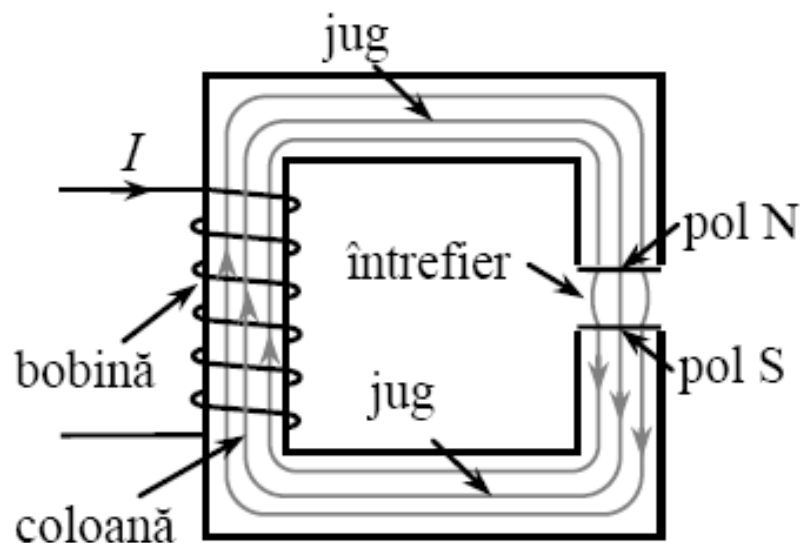
ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Cel puțin unul din corpurile feromagnetice trebuie să conțină o bobină care, străbătută de curent electric, constituie sursa de tensiune magnetomotoare necesară pentru producerea și menținerea fluxului magnetic.
- În cazul în care circuitul magnetic conține magneți permanenți, bobina poate lipsi.
- Un circuitul magnetic este compus din următoarele părți:
 - *magneți permanenți sau bobine (înfășurări);*
 - *armături* (fixe sau mobile), confecționate din materiale feromagnetice (masive, din tole, din pulberi), constituind corpul circuitului magnetic;

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *întrefier*: spațiu de aer sau din materiale nemagnetice, intercalat între armături din motive constructive, funcționale sau tehnologice (exemplu: la mașinile electrice etc.). Fețele care mărginesc întrefierul se numesc poli. Prin convenție, se denumește drept pol nord (N) suprafața prin care liniile de câmp ies spre întrefier și pol sud (S) prin care liniile de câmp intră în fier.



CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Porțiunea de circuit pe care este montată o înfășurare se numește *miez* sau *coloană* iar porțiunea lipsită de înfășurări care servește la închiderea circuitului magnetic se numește *jug* dacă este fixă și *armătură* dacă este mobilă.
- Din punct de vedere al proprietăților de material, se deosebesc circuite magnetice *liniare*, confecționate din materiale cu permeabilitate magnetică constantă (materiale feromagnetice moi, nesaturate) și circuite magnetice *neliniare*, în componența cărora sunt folosite materiale a căror permeabilitate depinde de intensitatea câmpului magnetic (materiale magnetice saturabile).

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- **2.3.2. Materiale feromagnetice**
- O clasă specială de materiale cu proprietăți magnetice deosebite, mult utilizate în industrie și în tehnologia modernă, o constituie materialele feromagnetice cum ar fi *fierul, nichelul, cobaltul*, precum și diverse aliaje ale acestora.
- Acestea sunt materialele de bază pentru realizarea circuitelor magnetice din motoare și generatoare electrice, transformatoare și alte aparate electrice, precum și pentru stocarea magnetică a datelor.
- Pe lângă o magnetizație temporară foarte intensă la introducerea lor într-un câmp magnetic, aceste materiale rămân magnetizate și după scoaterea din câmp, adică au și o magnetizație permanentă, ceea ce le conferă următoarele proprietăți:

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- permeabilitate magnetică ridicată; $\mu_r \gg 1$, având valori uzuale de ordinul $10 \dots 10^6$;
- la introducerea în câmpuri magnetice exterioare se magnetizează ușor;
- la dispariția câmpului exterior rămân magnetizate (magnetizație remanentă);
- prezintă fenomenul de saturație magnetică caracterizat de creșterea mai lentă a inducției magnetice B la creșterea intensității câmpului H peste o anumită valoare;
- prezintă fenomenul de histerezis magnetic care constă în aceea că inducția magnetică B la un moment dat depinde atât de câmpul magnetic H aplicat la momentul considerat cât și de stările de magnetizare anterioare;

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- peste o anumită temperatură (punct Curie) proprietățile magnetice ale substanței dispar.
- Proprietățile materialelor feromagnetice sunt legate de faptul că aceste materiale sunt divizate în regiuni înguste numite domenii magnetice sau domenii Weiss care sunt magnetizate spontan.
- Dacă materialul nu a mai fost magnetizat, momentele magnetice ale acestor domenii sunt orientate după direcții diferite, efectul lor se anulează reciproc, astfel încât, macroscopic, materialul apare nemagnetizat.
- Dacă materialului feromagnetic i se aplică un câmp magnetic exterior, momentele magnetice ale domeniilor magnetice se aliniază cu acesta și materialul se magnetizează.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Chiar dacă se înlătură câmpul exterior o parte dintre domeniile magnetice rămân aliniate, deci materialul rămâne magnetizat.
- Odată magnetizat materialul își menține această stare. Pentru a-l demagnetiza este necesar să se aplice un câmp magnetic în direcția opusă.
- Dependența stării de magnetizare (inducției) de intensitatea câmpului magnetic aplicat este neliniară.
- Funcția $B = f(H)$ nu reprezintă o dreaptă, ca în cazul materialelor cu magnetizație temporară, valoarea inducției magnetice depinzând atât de intensitatea câmpului magnetic H , cât și de stările magnetice anterioare ale materialului feromagnetic (histerezis magnetic).

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Schimbarea stării de magnetizare a unui material feromagnetic care nu a mai fost magnetizat, adică dependența $B = f(H)$, la creșterea intensității câmpului magnetic, se petrece în modul următor:
 - pentru valori H mici (câmpuri slabe) se produce o deplasare reversibilă a granițelor domeniilor magnetice, în sensul măririi domeniilor a căror magnetizare coincide cu direcția câmpului magnetic exterior;
 - pentru câmpuri mai intense, deplasarea granițelor domeniilor devine ireversibilă și această deplasare se produce prin salt;
 - pentru valori H mari (câmpuri puternice), se produce orientarea domeniilor în direcția câmpului exterior, tot prin salt.

CAPITOLUL 2

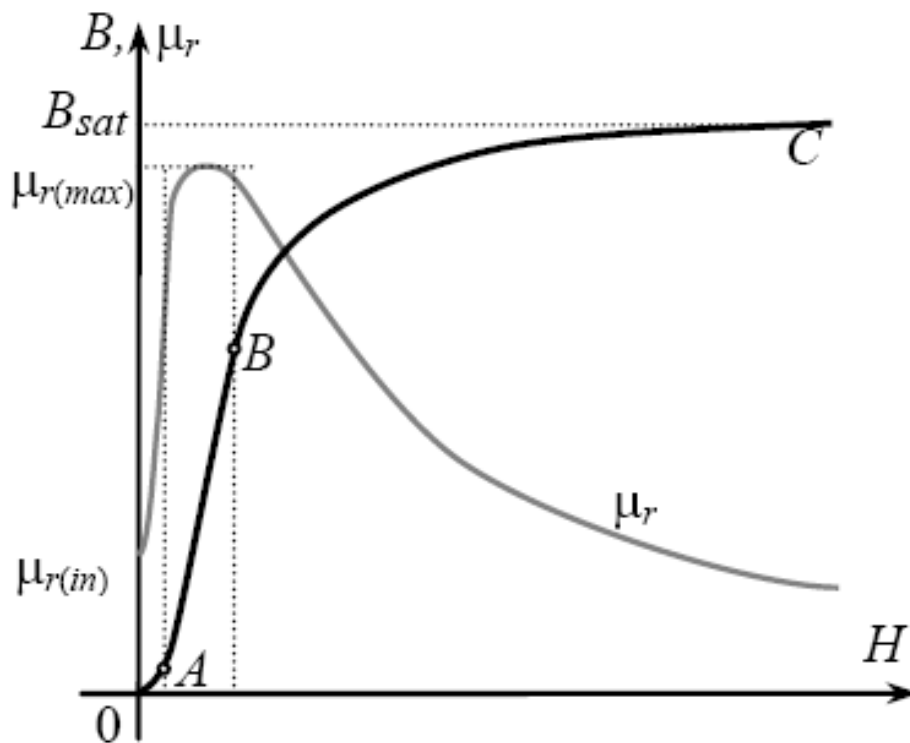
ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- La un moment dat se produce fenomenul de *saturație magnetică* care corespunde orientării tuturor domeniilor magnetice, când magnetizația atinge limita de saturație.
- Crescând în continuare intensitatea câmpului magnetic H inducția crește ușor datorită creșterii inducției în vid (termenul $\mu_0 H$). Curba rezultată se numește *curba de primă magnetizare*.
- Curba de primă magnetizare a unui material feromagnetic, trasată experimental, în regim staționar, împreună cu caracteristica $\mu_r = f(H)$.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Pe curba de primă magnetizare se disting trei zone și anume:



- *zona magnetizării inițiale* OA ; este o regiune de dimensiuni reduse din jurul originii, în care H are valori mici iar permeabilitatea magnetică prezintă valori mai reduse ($\mu_r(in)$); fenomenul de magnetizare este reversibil;

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *zona magnetizării liniare AB*; inducția B este proporțională cu intensitatea câmpului H , permeabilitatea are valori ridicate și aproximativ constante ($\mu_r(\max)$), fenomenele de magnetizare sunt ireversibile;
- *zona magnetizării neliniare (saturație) BC*; curba de variație a lui B este neliniară; inducția crește din ce în ce mai puțin la creșterea lui H iar permeabilitatea magnetică scade simțitor. Prima porțiune a acestei zone se mai numește și cotul curbei de magnetizare, în care caracterul neliniar este pregnant. În ultima porțiune, cu caracter cvasiliniar, cunoscută sub numele de porțiunea de saturație propriu-zisă, inducția are valori $B_{\text{sat}}=1,2\dots 8,1\text{T}$, iar permeabilitatea relativă scade către unitate. Fenomenul de magnetizare în această porțiune este reversibil.

CAPITOLUL 2

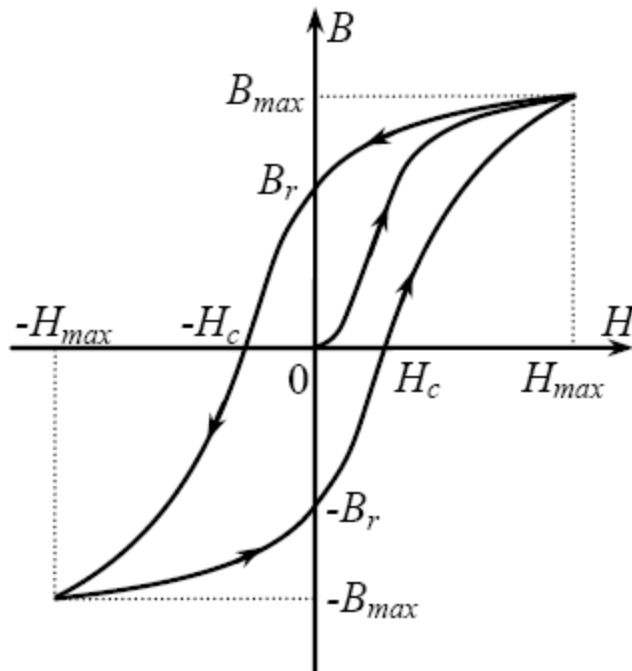
ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Curba de primă magnetizare are o importanță secundară. Caracteristica de bază a materialelor feromagnetice este cea obținută în cazul magnetizării ciclice, cunoscută sub denumirea de *ciclu de histerezis*.
- O curbă de histerezis, care se obține punct cu punct, prin variații crescătoare și descrescătoare ale câmpului magnetic între valorile limită $-H_{max}$ și $+H_{max}$, în curent continuu.
- Specific fenomenului de histerezis este faptul că pentru valori crescătoare și descrescătoare ale câmpului H se obțin curbe de variație diferite.
- Valoarea lui B la un moment dat depinde atât de valoarea H la momentul considerat cât și de evoluția anterioară.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Valorile specifice unui ciclu de histerezis sunt:
 - *Inducția remanentă B_r* ; este inducția care se menține după anularea câmpului magnetic exterior. Este datorată faptului că o parte dintre domeniile magnetice își păstrează orientarea imprimată anterior.



- *Câmpul magnetic coercitiv H_c* ; este valoarea intensității câmpului magnetic necesară anulării inducției remanente a materialului feromagnetic.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Întrucât punctele corespunzătoare ciclului de histerezis sunt simetrice față de originea axelor de coordonate ($H = 0$, $B = 0$), ciclul este simetric.
- Prin reducerea valorilor H_{max} se pot obține diverse cicluri de histerezis, situate în interiorul unui *ciclu limită*, corespunzător saturației; vârfurile acestor cicluri se găsesc pe o curbă denumită *curbă fundamentală de magnetizare* sau *curbă de magnetizare normală*.
- Această curbă este o caracteristică de material și se obține experimental. Se utilizează în practică la calculul circuitelor magnetice.

CAPITOLUL 2

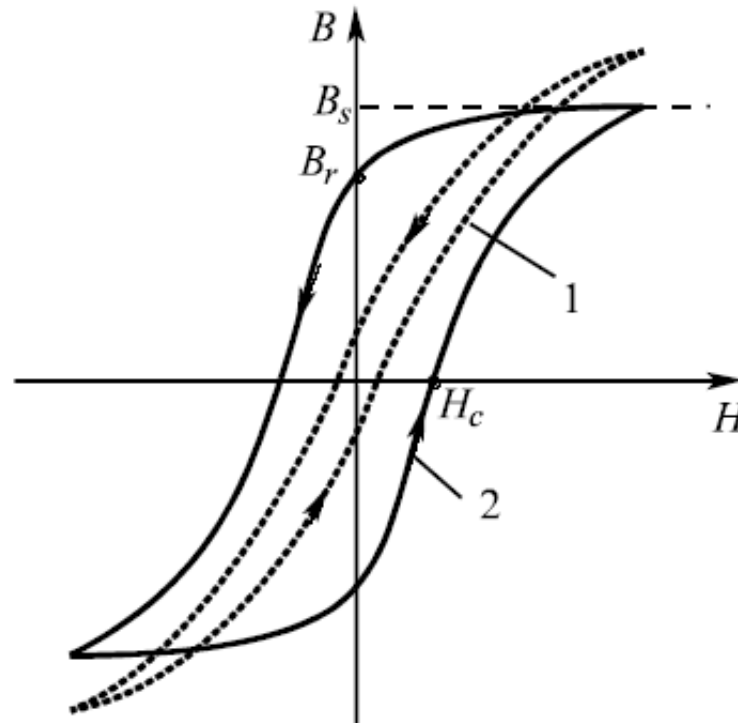
ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Peste o anumită temperatură critică, numită *temperatura Curie* (1120°C pentru Co, 760°C pentru Fe, 360°C pentru Ni), în urma creșterii agitației termice, materialele feromagnetice își pierd proprietățile magnetice, comportându-se ca și materialele paramagnetice.
- În funcție de proprietățile lor magnetice, materialele feromagnetice se clasifică în materiale feromagnetice *moi* și materiale feromagnetice *dure*.
- *Materialele feromagnetice moi* sunt caracterizate prin valori mari ale permeabilității magnetice relative și printr-un ciclu de histerezis îngust, deci câmp coercitiv mic. Aceste materiale sunt utilizate la construirea circuitelor magnetice ale motoarelor și generatoarelor electrice, transformatoarelor, etc.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *Materialele feromagnetice dure* sunt caracterizate printr-un ciclu de histerezis cu suprafață mare, deci un câmp coercitiv mare, inducție remanentă relativ mare și prin valori mici ale permeabilității magnetice relative. Aceste materiale sunt utilizate la confecționarea magneților permanenți.



CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- O categorie specială de materiale magnetice, moi și dure, cu o largă aplicabilitate în tehnică, o constituie *materialele ferimagnetice (feritele)*.
- *Feritele moi* sunt oxizi având formula generală $MO \cdot Fe_2O_3$, unde M este un ion metalic bivalent de Cu, Mg, Mn, Ni sau Zn.
- *Feritele dure* sunt oxizi cu formula generală $MO \cdot 6 Fe_2O_3$, unde M reprezintă unul din ionii metalici de Ba, Pb, Li, Zn sau Sr.
- Realizate prin sinterizarea constituenților sub formă de pulberi foarte fine, la temperaturi înalte (1000...1400 °C), în prezența unui câmp magnetic intens, feritele au un ciclu de histerezis dreptunghiular.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Acest histerezis le face utilizabile ca elemente de comutare și memorare în aparatura de calcul și automatizare, ca miezuri magnetice în circuitele cu frecvențe foarte mari (datorită rezistivității ridicate).
- Comparativ cu materialele feromagnetice, feritele prezintă neajunsul unui punct Curie mai scăzut (130...200 °C), susceptivitatea lor magnetică variind puternic cu temperatura.

Pierderile în fier

- Pierderile în fier sunt pierderi de putere care se produc în circuitele magnetice din materiale feromagnetice aflate în câmpuri magnetice variabile în timp și se compun din pierderile prin *histerezis* (p_H) și pierderile prin *curenți turbionari* (p_F):

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

$$P_{Fe} = P_H + P_F$$

- *Pierderile prin histerezis* apar în cazul în care materialul feromagnetic este supus unei magnetizări ciclice.
- Într-un ciclu de magnetizare (ciclu de histerezis), pentru orientarea alternantă a domeniilor magnetice, este necesară o anumită cantitate de energie, furnizată de sursele care alimentează bobinele din circuitul magnetic.
- O parte din ea se transformă în căldură, în masa materialului feromagnetic, ceea ce reprezintă o pierdere de energie.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Puterea pierdută este proporțională cu suprafața ciclului de histerezis. În practică, pentru pierderile specifice (pe unitatea de masă) se utilizează relația empirică:

$$p_H = \sigma_H f B_m^\alpha, \quad [\text{W/kg}]$$

- σ_H este un coeficient dependent de material,
 - B_{max} - valoarea maximă a inducției [T],
 - f – frecvența [Hz],
 - $\alpha = 1,6 \dots 2$, funcție de B_{max} ($\alpha = 1,6$ dacă $B_{max} < 1\text{T}$, $\alpha = 2$ pentru $B_{max} > 1\text{T}$).
- *Curenții turbionari sau curenți Foucault* se produc prin fenomenul inducției electromagnetice în toate corpurile metalice masive aflate în câmpuri magnetice variabile în timp.

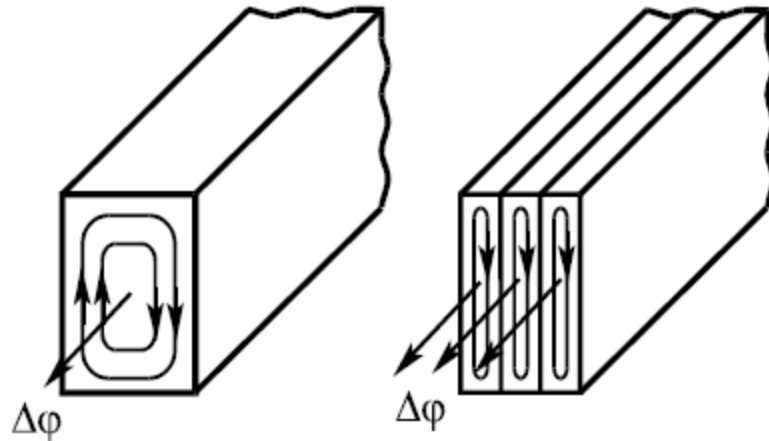
CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Acești curenți, care se închid pe trasee circulare în masa corpului, produc, prin efect Joule, pierderi de putere, notate cu p_F .
- În cazul mașinilor și aparatelor electrice, care lucrează în câmpuri magnetice variabile, pierderile prin curenți turbionari conduc la înrăutățirea funcționării acestora.
- În vederea reducerii efectului curenților turbionari, circuitele magnetice se construiesc din tole de oțel electrotehnic (oțel aliat cu 0,4 ... 4,4% Si) având grosimea de 0,35... 1,5 mm, izolate între ele cu lac, hârtie, oxizi și dispuse astfel încât să secționeze cât mai mărunț planul în care apar curenții turbionari (plan perpendicular pe axa fluxurilor fasciculare).

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ



- Pierderile specifice p_F se calculează cu relația empirică:

$$p_F = \sigma_F (f B_m)^\alpha, \quad [\text{W/kg}]$$

- μ_F este un coeficient de material care depinde de calitatea și grosimea tolelor, iar
- B_{max} - valoarea maximă a inducției [T].

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- **2.3.3 Analiza circuitelor magnetice**
- Circuitele magnetice oferă o metodă pentru simplificarea analizei sistemelor în care acționează câmpul magnetic.
- Aceste sisteme pot fi reprezentate, printr-un ansamblu de elemente cu parametri concentrați în anumite porțiuni, adică prin circuite magnetice prin analogie cu circuitele electrice.
- În circuitele electrice (de c.c.) elementele sunt surse și rezistoare conectate prin conductoare electrice, iar comportarea lor este descrisă prin legea lui Ohm și teoremele lui Kirchhoff.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Parametrii circuitelor electrice, care intervin în ecuațiile care se obțin prin aplicarea legilor de mai sus, sunt rezistențele electrice. Rezistența conductoarelor de legătură este considerată fiind zero.
- Între circuitele electrice și cele magnetice se poate face o analogie. Astfel parametrii circuitelor magnetice sunt numiți reluctanțe magnetice, iar legătura între elemente este asigurată de elemente cu reluctanța neglijabilă.
- De regulă, calculul circuitelor magnetice constă în determinarea solenației necesare (înfășurări și curenți de excitație) care, într-un circuit magnetic cunoscut (formă, dimensiuni, material), să asigure un anumit flux magnetic util în diferitele porțiuni ale circuitului.

CAPITOLUL 2

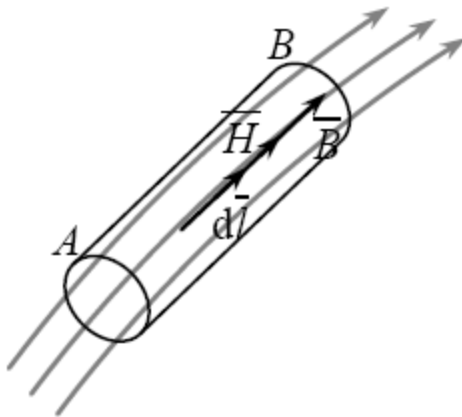
ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Analiza circuitelor magnetice se face pe baza aplicării *legii lui Ohm* și a *teoremelor lui Kirchhoff* pentru circuite magnetice, (prin analogia acestor circuite cu circuitele electrice), a *legii circuitului magnetic* și ținând seama de curbele de magnetizare normală $B = f(H)$ ale materialelor feromagnetice care intră în alcătuirea lor.
- Într-o primă aproximație se pot adopta următoarele ipoteze simplificatoare:
 - fluxul magnetic se consideră același în diferitele secțiuni ale unei ramuri a circuitului magnetic, neglijându-se fluxurile de dispersie;
 - fluxul magnetic se presupune uniform repartizat prin orice secțiune transversală S a unei ramuri de circuit, inducția magnetică B fiind aceeași în orice punct al secțiunii.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Legea lui Ohm pentru un circuit magnetic
- Se consideră o porțiune elementară de circuit magnetic (un tub de flux magnetic) având fluxul uniform repartizat pe secțiunea S .
- Se definește drept *tensiune magnetică* între extremitățile A și B ale circuitului expresia:



$$u_{mAB} = \Phi \int_A^B \frac{dl}{\mu S}$$

În care s-a ținut seama de faptul că vectorii B , H și $d\vec{l}$ sunt coliniari.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Raportul între tensiunea magnetică și flux se numește reluctanță magnetică a porțiunii de circuit magnetic considerat:

$$\frac{u_{mAB}}{\Phi} = R_{mAB} \quad \boxed{R_{mAB} = \int_A^B \frac{dl}{\mu S}}$$

și, în S.I., se măsoară în $[\text{H}]^{-1}$. Se obține relația:

$$\Phi = \frac{u_m}{R_m} \quad \text{sau} \quad \boxed{u_m = R_m \Phi}$$

care poartă numele de *legea lui Ohm* pentru o porțiune de circuit magnetic.

- Produsul ΦR_m se numește *tensiune magnetică* sau *cădere de tensiune magnetică* și se măsoară în *amperspiră* $[\text{A}\cdot\text{sp}]$.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

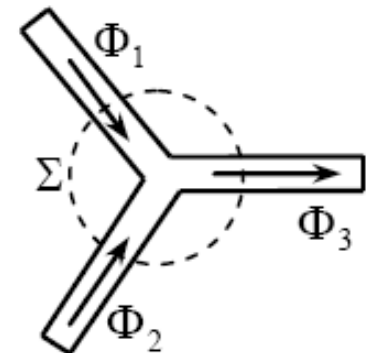
- În cazul unui circuit magnetic închis și neramificat, legea lui Ohm este exprimată de relația:

$$\Phi = \frac{U_{mm}}{R_{mt}} = \frac{\theta}{R_{mt}}$$

- Teoremele lui Kirchhoff pentru circuite magnetice**
- Prima teoremă a lui Kirchhoff* se referă la nodurile unui circuit magnetic (locul unde concură cel puțin trei ramuri) și este o consecință a legii fluxului magnetic.

Suma algebrică a fluxurilor magnetice dintr-un nod este nulă.

$$\sum_j \Phi_j = 0$$



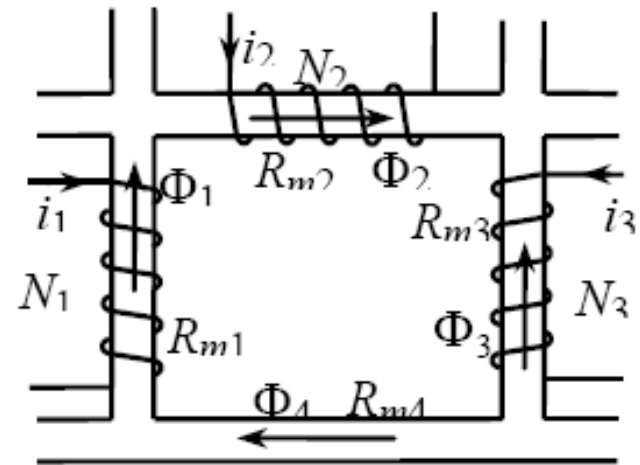
CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- *Teorema a doua a lui Kirchhoff se referă la ochiurile de circuit magnetic (trasee închise realizate dintr-o succesiune de ramuri).*

Suma algebrică a căderilor de tensiune magnetică este egală cu suma algebrică a solenațiilor de-a lungul oricărui contur închis format din ramuri ale circuitului magnetic.

$$\sum \theta_k = \sum u_{mk} = \sum R_{mk} \Phi_k$$



$$N_1 i_1 + N_2 i_2 - N_3 i_3 = R_{m1} \Phi_1 + R_{m2} \Phi_2 - R_{m3} \Phi_3 + R_{m4} \Phi_4$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- 2.4 Inductanțe proprii și mutuale
- 2.4.1 Inductanța. Fenomenul de autoinducție
- Bobina este elementul de circuit utilizat pentru a înmagazina energie în câmpul său magnetic și este caracterizată de parametrul inductanță.
- Conform definiției, inductanța proprie a unei bobine cu N spire, parcurse de curentul i , este:

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\Phi}{i}$$

în care Φ reprezintă fluxul magnetic printr-o spiră a bobinei, numit flux fascicular iar Ψ - fluxul magnetic prin suprafața totală a bobinei delimitată de cele N spire, numit flux magnetic total.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Expresia fluxului magnetic fascicular Φ se poate determina pe baza legii lui Ohm aplicată pentru circuitul magnetic al unei bobine; neglijând fluxul de dispersie magnetică se poate scrie:

$$\Phi = \frac{\theta}{R_m} = \frac{Ni}{R_m}$$

- unde R_m este reluctanța circuitului magnetic al bobinei.
Rezultă:

$$L = N^2 / R_m$$

- Pentru circuitele magnetice liniare, la care permeabilitatea μ este constantă, deci R_m este constantă, inductivitatea proprie L este independentă de curentul care străbate bobina.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- La circuitele magnetice neliniare, care conțin materiale feromagnetice la care $\mu = f(H)$, inductanța proprie depinde de intensitatea câmpului magnetic H , respectiv de valoarea curentului i , $L = f(i)$. În aceste condiții bobina este neliniară.
- ***Fenomenul de autoinducție.***
- Este fenomenul prin care se induce t.e.m. într-un circuit electric datorită variației fluxului magnetic atunci când curenții care parcurg circuitul variază în timp.
- Datorită variației curentului fluxul magnetic prin suprafața delimitată de conturul circuitului variază în timp. Conform legii inducției electromagnetice se induce o t.e.m.:

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt} L i = -L \frac{di}{dt}$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Semnul minus arată, conform regulii lui Lenz, că t.e.m. indusă se opune cauzei fenomenului, adică variației curentului din circuit.
- În cazul unei bobine cu N spire fiecare spiră a bobinei este străbătută de fluxul fascicular Φ și în fiecare spiră se induce o tensiune e_s :

$$e_s = -\frac{d\Phi}{dt}$$

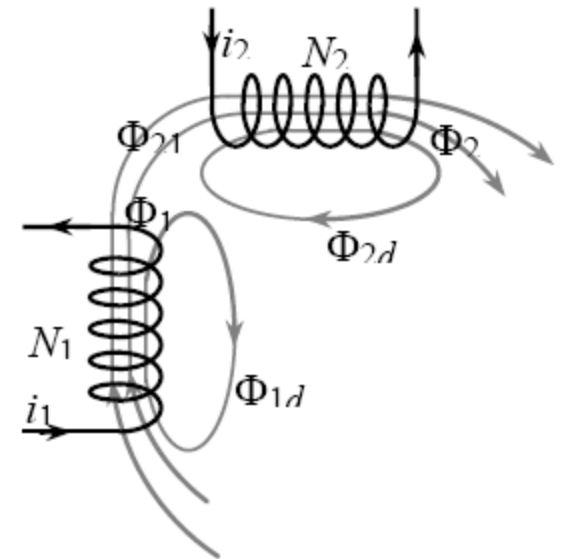
- **2.4.2 Inductanțe mutuale**
- Două sau mai multe bobine sunt cuplate magnetic dacă la variația curentului printr-una dintre bobine se induce tensiune și în celelalte.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- În general dacă două circuite sau elemente, cu sau fără legătură conductoare, se influențează prin câmpul magnetic produs de unul dintre ele se spune că sunt cuplate magnetic.

Se consideră două bobine, cu N_1 și N_2 spire, suficient de apropiate astfel încât liniile câmpului magnetic produs de curentul printr-o bobină să treacă și prin cea de a doua bobină. Pentru început se presupune că doar prima bobină este străbătută de curentul i_1 , variabil în timp.



CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Solenația $N_1 i_1$ produce fluxul magnetic propriu, Φ_1 , de asemenea variabil în timp. O parte dintre liniile acestui câmp înlanțuie și cea de a doua bobină, constituind fluxul numit *de inducție mutuală* Φ_{21} .
- Prin fenomenul de inducție electromagnetică se induce tensiune în a doua bobină (datorită curentului din prima bobină). Se spune că cele două bobine sunt cuplate magnetic, iar fenomenul se numește *inducție mutuală*.
- Fluxul Φ_{1d} format din liniile câmpului creat de i_1 care înlanțuie numai prima bobină, reprezintă fluxul magnetic de dispersie, astfel că:

$$\Phi_1 = \Phi_{21} + \Phi_{1d}$$

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- Se definește *inductanța mutuală* a celei de a doua bobine în raport cu prima bobină:

$$L_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1}$$

- Se definește inductanța de dispersie L_{1d}

$$L_{1d} = \frac{\Psi_{1d}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{1d}}{i_1}$$

- Dacă se consideră că a doua bobină este alimentată cu curentul i_2 , variabil în timp, iar curentul prin prima bobină este zero solenația $N_2 i_2$ produce fluxul magnetic Φ_2 , variabil în timp, iar o parte dintre liniile acestui câmp înlănțuie și prima bobină, constituind fluxul de inducție mutuală Φ_{12} .

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- În mod analog, se definesc:
 - inductanța mutuală a primei bobine în raport cu a doua bobină:

$$L_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2}$$

- inductanța de dispersie: $L_{2d} = \frac{\Psi_{2d}}{i_2} = \frac{N_2 \Phi_{2d}}{i_2}$

- În absența saturației magnetice, datorită reciprocității, cele două inductanțe mutuale sunt egale:

$$L_{12} = L_{21} \stackrel{\text{not}}{=} M$$

- În cazul cuplajului magnetic perfect ($\Phi_{1d} = 0$, $\Phi_{2d} = 0$), toate liniile câmpului produs de curentul i_1 trec atât prin prima bobină cât și prin cea de a doua, $\Phi_1 = \Phi_{21}$.

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE ELECTRODINAMICĂ

- De asemenea toate liniile câmpului produs de curentul i_2 trec și prin prima bobină, $\Phi_2 = \Phi_{12}$ rezultând:

$$M^2 = L_{12}L_{21} = \frac{N_1\Phi_{12}}{i_2} \cdot \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1} = L_1L_2$$

$$M = \sqrt{L_1L_2}$$

- În realitate nu există cuplaj magnetic perfect, astfel că:

$$M = K\sqrt{L_1L_2}$$

în care K se numește coeficient de cuplaj, $0 < K < 1$.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- **3.1 Noțiuni introductive**
- Producerea, transportul, distribuția și utilizarea energiei electrice se realizează în mod covârșitor în curent alternativ (c.a.). Generatoarele de c.a. sunt mai simple și mai economice decât cele de curent continuu, iar transportul energiei electrice se efectuează la un preț mult mai redus.
- În plus, cele mai importante aplicații industriale ale energiei electrice ca, de exemplu, acționările cu motoare asincrone (mai ieftine și mai robuste decât motoarele de c.c.), încălzirea prin inducție etc., sunt realizate în c.a.
- Pentru producerea energiei electrice în centralele electrice sunt prevăzute instalații specifice, compuse dintr-o mașină primară și un generator electric.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Mașina primară (turbină cu abur sau hidraulică, motor termic) pune în funcțiune generatorul care la rândul său produce energie electrică (uzual energie de c.a. trifazat cu frecvența de 50 Hz). În esență, generatorul transformă energia mecanică primită la arbore de la mașina primară în energie electrică.
- Centralele electrice sunt construite în locurile unde se află sursele primare de energie (pe râuri sau în locurile unde sunt combustibili fosili) sau unde efectul poluant are consecințe minime. Principalii consumatori de energie electrică, zonele industriale și aglomerările urbane, se află la distanțe relativ mari față de locul de producere al energiei electrice.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Pentru transportul acestei energii de la centralele electrice către consumatori, tensiunea generatorului se ridică la valori 35...750 kV, în scopul minimizării pierderile de energie pe liniile de transport. Cu cât este mai mare distanța de transport a energiei electrice cu atât tensiunea trebuie să fie mai ridicată. Odată cu creșterea tensiunii are loc reducerea curentului din liniile de transport (la aceeași putere electrică transportată).
- Această scădere conduce la micșorarea puterii pierdute, care este proporțională cu pătratul curentului. În locurile de distribuție și utilizare a energiei electrice, tensiunea este coborâtă în câteva trepte până la valoarea necesară utilizatorilor.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Ridicarea sau coborârea tensiunii se efectuează cu aparate electromagnetice denumite transformatoare electrice. *Acestea funcționează numai în c.a.* În concluzie transportul energiei electrice poate fi realizat mult mai economic în c.a. decât în c.c.
- La locul de consum, prin intermediul consumatorilor (receptorilor), are loc conversia energiei electrice în alte forme de energie: mecanică, termică, radiantă, chimică etc. Cea mai mare parte (peste 70%) din energia electrică este consumată de către motoarele electrice, care transformă energia electrică în energie mecanică.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.1.1. Semnale sinusoidale. Mărimi caracteristice
- Funcționarea circuitelor de c.a. este caracterizată prin intermediul unor mărimi de stare variabile în timp (t.e.m., tensiuni, curenți etc.), numite semnale.
- O categorie importantă în practică o constituie semnalele periodice.
- Un semnal este periodic dacă își repetă valorile la intervale egale de timp. Matematic acest lucru este descris de:

$$m(t) = m(t + K \cdot T)$$

- în care T este perioada semnalului $m(t)$. Perioada T reprezintă intervalul minim de timp după care semnalului $m(t)$ își repetă valorile. Mărimea inversă perioadei se numește *frecvență*:

CAPITOLUL 3

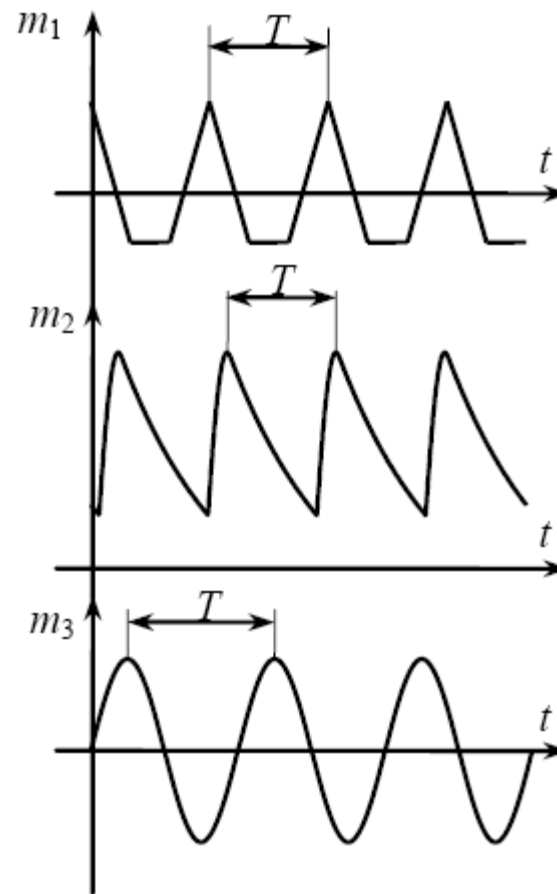
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

$$f = \frac{1}{T}$$

- și reprezintă numărul de perioade în interval de 1s. Unitatea sa de măsură este herțul [Hz]. Produsul:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

se numește pulsație și se măsoară în [rad/s].



CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În cazul mărimilor periodice principala caracteristică este reprezentată de repetabilitatea valorilor la intervale regulate, indiferent de forma sau semnul acestor valori.
- Semnalul periodic la care valoarea medie pe o perioadă este egală cu zero, se numește *semnal alternativ*:

$$\int_t^{t+T} m(t)dt = 0$$

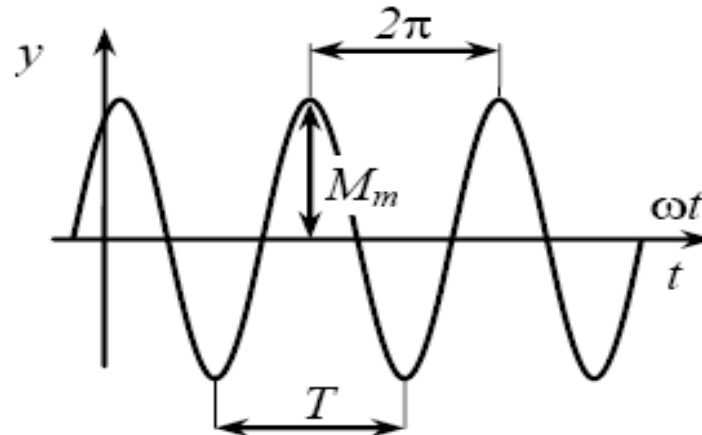
- Semnale alternative sunt $m_1(t)$ și $m_3(t)$ care prezintă atât valori pozitive cât și valori negative, media fiind nulă.
- Semnalul periodic care în decursul unei perioade nu-și schimbă semnul se numește *pulsatoriu* (semnalul $m_2(t)$).

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Semnalele alternative pot avea forme de variație în timp diverse (sinusoidale, dreptunghiulare, triunghiulare etc.) și frecvențe cu valori cuprinse într-un domeniu foarte larg.
- Frecvența industrială este de 50 Hz în Europa și 60 Hz în America, iar circuitele de telecomunicații funcționează cu frecvențe de ordinul kilohertzilor, iar cele de radiocomunicații de ordinul megahertzilor etc.
- În general un semnal alternativ sinusoidal poate fi scris sub forma:

$$y(t) = Y_m \sin(\omega t + \gamma),$$



CAPITOLUL 3

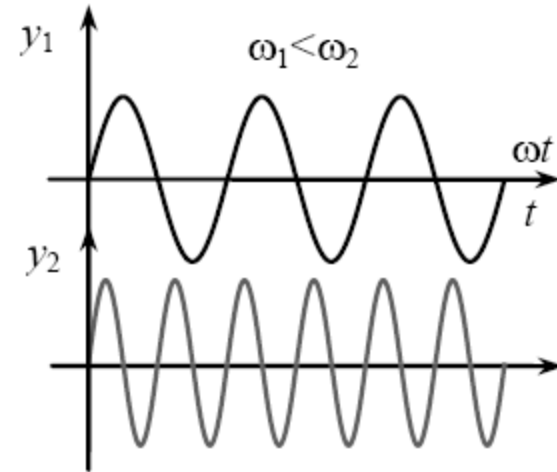
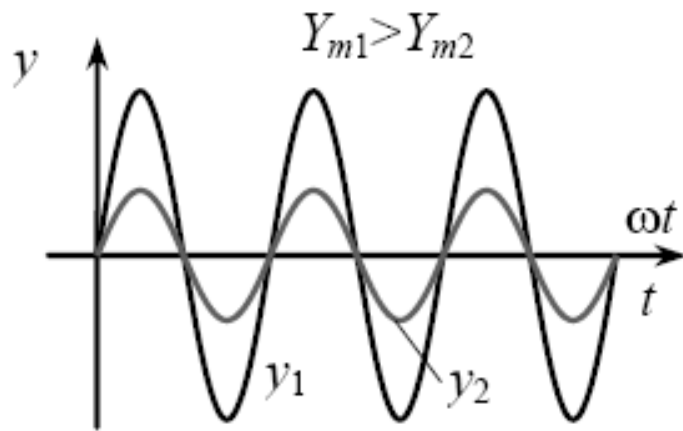
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În care: m reprezintă valoarea instantanee a semnalului $y(t)$ (valoarea la un moment dat a semnalului); Y_m este valoarea maximă (amplitudinea) a semnalului; $(\omega t + \gamma_1)$ este faza semnalului (argumentul sinusului); γ_1 este faza inițială a semnalului (valoarea fazei la momentul $t = 0$).
- Valoarea instantanee se notează prin litera mică corespunzătoare simbolului literal al semnalului reprezentat (exemplu: i , u , e etc.) iar valoarea maximă prin litera mare urmată de indicele m (exemplu: I_m , U_m , E_m etc.).
- Semnalul sinusoidal (armonic) este caracterizat (individualizat) prin intermediul a trei parametri:

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- amplitudinea Y_m : se identifică prin expresia care apare în fața funcției sinus (sau cosinus). Dă informații privind mărimea semnalului sinusoidal și are aceeași unitate de măsură cu acesta .

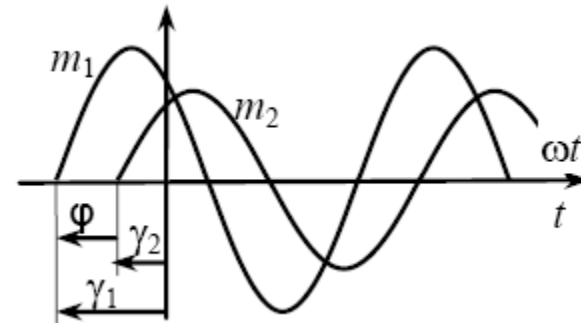
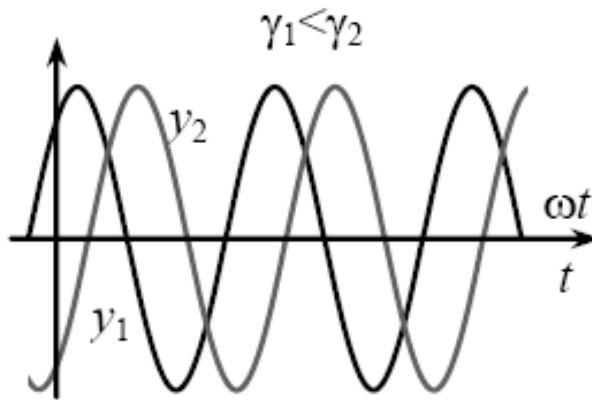


- pulsația ω : se identifică prin expresia care apare în fața variabilei timp (t). Furnizează informații privind viteza de variație a semnalului sinusoidal și se măsoară în [rad/s].

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- faza inițială γ : reprezintă termenul liber din expresia argumentului funcției sinus. Indică un decalaj în fază sau în timp a semnalului la trecerea prin valoarea zero și se măsoară în [rad].



- Să considerăm două semnale sinusoidale de aceeași pulsație ω , dar cu faze inițiale diferite:

$$y_1(t) = Y_{m1} \sin(\omega t + \gamma_1);$$
$$y_2(t) = Y_{m2} \sin(\omega t + \gamma_2).$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Diferența dintre fazele (sau fazele inițiale) ale celor două semnale, se numește *defazaj*, respectiv:

$$\varphi = \omega t + \gamma_1 - (\omega t + \gamma_2) = \gamma_1 - \gamma_2.$$

- Defazajul φ poate fi:
 - pozitiv: $\varphi > 0$, respectiv semnalul y_1 este defazat înaintea semnalului y_2 (ca în Fig. 3.6)
 - negativ: $\varphi < 0$, semnalul y_1 este defazat în urma semnalului y_2 ;
 - $\varphi = 0$ - cele două semnale sunt în fază (simfazice);
 - $\varphi = \pm \pi$ - semnalele sunt în opoziție de fază;
 - $\varphi = \pm \pi/2$ - semnalele sunt în cuadratură.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Media valorilor instantanee într-un interval de timp determinat (de obicei o perioadă) se numește valoare medie și se calculează după relația:

$$Y_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

- Pentru caracterizarea semnalelor alternative se utilizează valoarea efectivă, definită prin relația:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y(t)^2 dt.}$$

- Valoarea efectivă a unei U sau I alternativ este egală cu valoarea U sau I continuu care ar dezvolta într-un rezistor dat aceeași putere ca și tensiunea sau curentul alternativ considerat.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Valoarea efectivă, așa cum arată și numele indică mărimea efectelor semnalelor sinusoidale. Este o medie a pătratelor deoarece efectele semnalelor (U sau I) sunt proporționale cu pătratul valorii acestora.

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T Y_m^2 \sin^2(\omega t + \gamma) dt} = Y_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \gamma) dt} \quad \boxed{Y = \frac{Y_m}{\sqrt{2}}}$$

- Un semnal sinusoidal poate fi exprimat analitic prin două forme echivalente:

$$\boxed{y(t) = Y_m \sin(\omega t + \gamma) = \sqrt{2} Y \sin(\omega t + \gamma)}$$

- Majoritatea aparatelor de măsură electrice utilizate în c.a. se consideră etalonate în valorile efective ale mărimilor măsurate, dacă nu există alte precizări exprese.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- **3.1.2. Reprezentarea simbolică a semnalelor sinusoidale**
 - Funcționarea circuitelor de curent alternativ este guvernată de legi fizice care în cadrul prelucrărilor matematice conduc la ecuații integro-diferențiale, în care, asupra mărimilor electrice (U , I) se execută operații de adunare, scădere, înmulțire cu un scalar, derivare și integrare.
 - Deoarece se lucrează cu mărimi sinusoidale, în analiza acestor circuite volumul de calcul devine extrem de mare. Pentru simplificare, se utilizează metode matematice specifice având rolul de a reduce considerabil volumul de muncă. Aceste metode apelează la reprezentările simbolice ale mărimilor sinusoidal.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În cadrul unei astfel de metode, mărimile sinusoidale se înlocuiesc, conform unei anumite reguli de reprezentare, prin mărimi simbolice (simboluri). Analiza circuitelor se efectuează utilizând aceste simboluri, iar după obținerea rezultatelor, printr-o trecere inversă se revine la mărimile sinusoidale.
- Prin utilizarea metodelor simbolice, operațiile algebrice și integro-diferențiale cu semnale sinusoidale, dificil de efectuat direct (cu valorile lor instantanee), se transformă în operații geometrice sau algebrice simple, cu vectori, respectiv numere complexe.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Una dintre cele mai utilizate metode simbolice este reprezentarea în complex simplificat sau nesimplificat. Această metodă utilizează ca mulțime a simbolurilor mulțimea numerelor complexe.
- Dacă sursele de tensiune electromotoare ce acționează într-un circuit au aceeași pulsație (frecvență) toate mărimile de stare din acel circuit au aceeași frecvență egală cu cea a surselor.
- Această frecvență este în general cunoscută 50 Hz, nemai fiind o particularitate a fiecărui semnal sinusoidal.
- În acest caz, orice semnal sinusoidal $y(t)$ este complet determinat doar de două valori: un scalar - valoarea maximă Y_m (sau valoarea efectivă) și un unghi - faza inițială $Y = Y_m / \sqrt{2}$.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- După cum se știe, un număr complex poate fi exprimat sub una din formele următoare:

- *a - algebrică:*

$$\underline{Y} = a + jb, \quad a = \operatorname{Re}\{\underline{Y}\}, \quad b = \operatorname{Im}\{\underline{Y}\}$$

- *b – trigonometrică:*

$$\underline{Y} = Y(\cos\gamma + j\sin\gamma), \quad \cos\gamma = \frac{e^{j\gamma} + e^{-j\gamma}}{2}, \quad \sin\gamma = \frac{e^{j\gamma} - e^{-j\gamma}}{2j}$$

- *c - exponențială:*

$$\underline{Y} = Ye^{j\gamma}, \quad Y = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \gamma = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$$

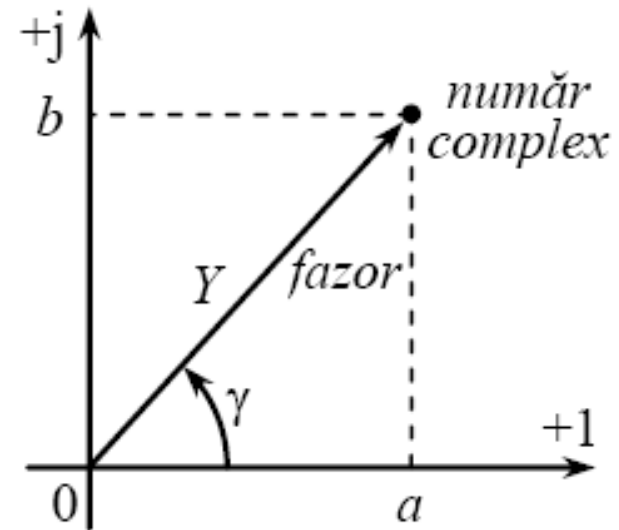
- Forma algebrică pune în evidență două componenete pentru un număr complex, partea reală a și partea imaginară b .

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Forma trigonometrică și cea exponențială utilizează tot două componente pentru definirea numărului complex dar acestea sunt un scalar (modulul Y) și un unghi (argumentul γ) reprezentând coordonatele polare ale aceluiași punct.

În reprezentarea axelor ortogonale ce definesc planul complex, se utilizează notația $+1$ pentru axa reală și $+j$ pentru axa imaginară.



CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Prin urmare, fiecărui semnal sinusoidal i se poate atașa biunivoc un număr complex, care constituie simbolul său.
- Astfel se poate enunța următoarea regulă de reprezentare simbolică a semnalelor sinusoidale:

La o frecvență precizată, oricărui semnal sinusoidal $y(t)$ i se poate asocia biunivoc un număr complex Y al cărui modul este egal cu valoarea efectivă a semnalului sinusoidal și al cărui argument este egal cu faza sa inițială

$$y(t) = \sqrt{2}Y \sin(\omega t + \gamma) \leftrightarrow \underline{Y} = Ye^{j\gamma}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Numărul complex \underline{Y} se numește imaginea complexă sau simbolul semnalului $y(t)$.
- Mărimile sinusoidale se pot reprezenta în planul complex prin fazori. Fazorii sunt vectorii de poziție ai imaginilor complexe (numere complexe) ale mărimilor sinusoidale.
- Reprezentarea mărimilor sinusoidale în planul complex se numește diagramă fazorială.
- Într-o diagramă fazorială se pot reprezenta mai multe mărimi sinusoidale cu condiția să aibă toate aceeași frecvență.
- Denumirea de fazor este uneori utilizată și pentru desemnarea numărului complex atașat mărimii sinusoidale.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

Operații cu imagini complexe (corespondența operațiilor)

- În continuare se determină care sunt imaginile complexe ale semnalelor obținute prin înmulțirea cu un scalar, derivarea, integrarea și adunarea semnalelor sinusoidale.
- Se consideră un semnal sinusoidal oarecare $y(t)$ și imaginea sa complexă:

$$y(t) = \sqrt{2}Y \sin(\omega t + \gamma) \leftrightarrow \underline{Y} = Ye^{j\gamma}$$

- Înmulțirea cu un scalar

$$ky(t) = k\sqrt{2}Y \sin(\omega t + \gamma) \leftrightarrow kYe^{j\gamma} = k\underline{Y}$$

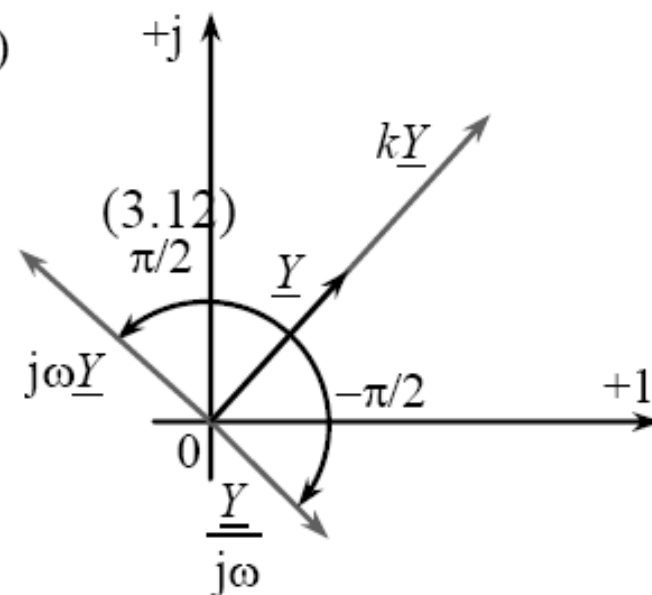
CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Derivarea :

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{2} \omega Y \cos(\omega t + \gamma) = \sqrt{2} \omega Y \sin(\omega t + \gamma + \frac{\pi}{2})$$

$$\omega Y e^{j(\gamma + \frac{\pi}{2})} = \omega Y e^{j\gamma} e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega Y e^{j\gamma} = j\omega \underline{Y}$$



- Integrarea:

$$\int_0^t y(t) dt = -\sqrt{2} \frac{Y}{\omega} \cos(\omega t + \gamma) = \sqrt{2} \frac{Y}{\omega} \sin(\omega t + \gamma - \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{Y}{\omega} e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} = \frac{Y}{\omega} e^{j\gamma} e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{Y}{j\omega} e^{j\gamma} = \frac{\underline{Y}}{j\omega}$$

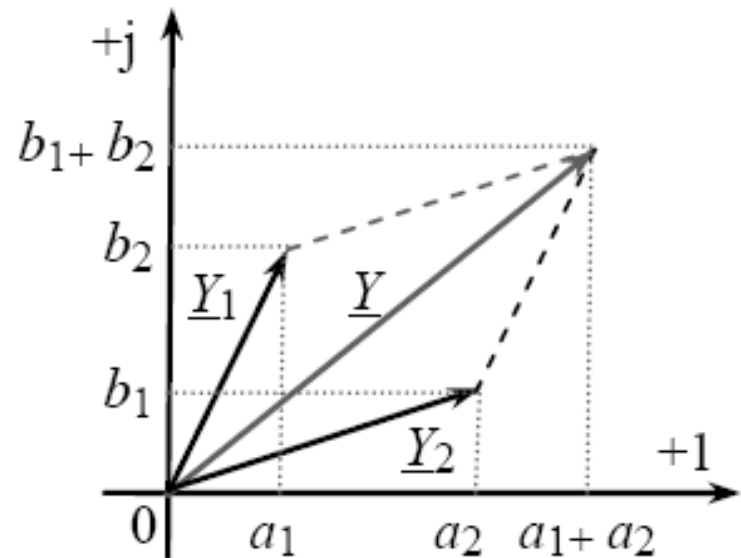
CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Adunarea și scăderea
- Sumei: $y(t)=y_1(t) \pm y_2(t)$ a două semnale sinusoidale îi corespunde o imagine complexă egală cu suma imaginilor complexe Y_1 și Y_2 ale semnalelor $y_1(t)$ și $y_2(t)$:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \leftrightarrow \underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$$

Operația de adunare sau scădere este de preferat să fie realizată utilizând forma algebrică a numerelor complexe sau utilizând regulile cunoscute de operații cu vectori.



CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.2 Circuite elementare de c.a.
- 3.2.1. Parametrii circuitelor de c.a. Impedanța complexă.
- În orice circuit electric, trecerea curentului este însoțită de degajare de căldură prin efect Joule, fenomen caracteristic în principal rezistoarelor, de producerea de câmp magnetic, fenomen caracteristic în principal bobinelor și de producerea de câmp electric, fenomen caracteristic în principal condensatoarelor.
- Astfel elementele pasive ale circuitelor electrice sunt, în general, rezistoarele, bobinele și condensatoarele caracterizate de parametrii rezistență electrică, inductanță, respectiv capacitate electrică.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În circuitele de c.c., adică în regim staționar mărimile electrice sunt invariabile în timp, astfel că efectul inductanței asupra intensității curentului este nul.
- Intensitatea curentului este influențată doar de rezistența firului din care sunt confecționate bobinele, care, fiind foarte mică, practic se neglijează și de asemenea prezența bobinelor.
- În ceea ce privește condensatoarele, curentul continuu nu poate trece prin dielectricul (izolatorul) dintre armăturile acestora, astfel că în circuitele de c.c. nu pot exista condensatoare.
- În concluzie, intensitatea curentului continuu depinde numai de parametrul rezistență iar rezistoarele constituie singurele elemente pasive în aceste circuite.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În circuitele de c.a. atunci când curentul variabil parcurge o bobină, induce în aceasta o tensiune electromotoare egală și de sens opus tensiunii la borne:

$$u = -e = L \frac{di}{dt}$$

- Intensitatea curentului depinde de parametrul inductanță, iar bobina constituie unul dintre elementele pasive ale circuitelor de c.a.
- Dacă un condensator se alimentează cu tensiune variabilă cantitatea de sarcină de pe armături este, de asemenea variabilă, fenomen echivalent cu un curent electric.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Intensitatea acestui curent depinde de capacitatea condensatorului. Astfel și condensatorul reprezintă unul dintre elementele circuitelor de c.a.
- În concluzie intensitatea curentului alternativ depinde de parametrii rezistență, inductanță și capacitate electrică iar elementele pasive din aceste circuite sunt **rezistoarele, bobinele și condensatoarele**.
- Se consideră o ramură pasivă oarecare dintr-un circuit de c.a. cu tensiunea la borne:

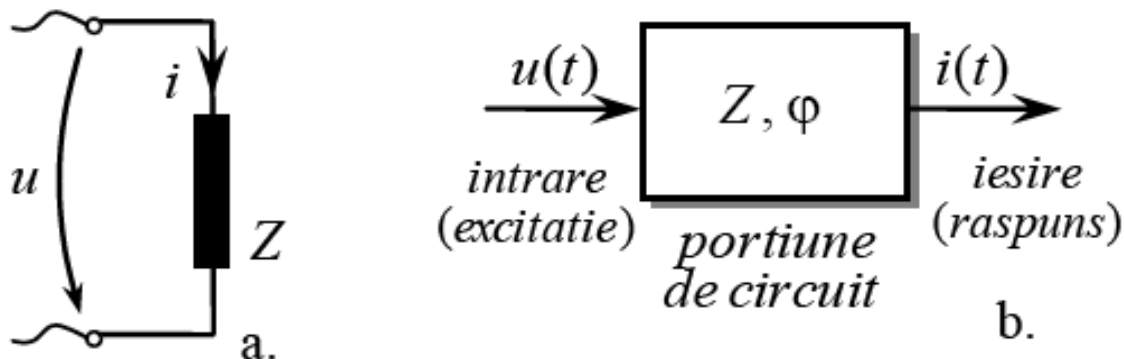
$$u(t) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \gamma_u)$$

și străbătută de un curent alternativ de forma:

$$i(t) = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \gamma_i)$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV



- Se define\u0219te drept *impedan\u0219\u0103* a ramurii raportul dintre valorile efective ale tensiunii \u0219i curentului:

$$Z = \frac{U}{I}$$

- Unitatea de m\u01e2sur\u0103 a impedan\u0219ei este *ohmul* [Ω].

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- De obicei între tensiunea și curentul ramurii de circuit apare și un *defazaj*:

$$\varphi = \gamma_u - \gamma_i$$

- Dacă se împarte valoarea efectivă a curentului la cea a tensiunii se obține o mărime inversă impedanței, numită admitanță. Unitatea de măsură pentru admitanță se numește siemens [S]:

$$Y = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z}$$

- În analiza circuitelor de c.a. se utilizează o mărime de calcul numită *impedanța complexă* a unei ramuri sau circuit \underline{Z} , care se definește ca fiind raportul dintre imaginile complexe ale tensiunii la bornele ramurii (circuitului) și curentul prin ramură (circuit):

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Modulul impedanței complexe a unei ramuri (circuit) este egal cu impedanța ramurii respective, iar argumentul impedanței complexe este același cu defazajul dintre tensiunea la bornele ramurii (circuitului) și curentul prin ramură (circuit).

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\gamma_u}}{Ie^{j\gamma_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\gamma_u - \gamma_i)} = Ze^{j\varphi}$$

- Fiind un număr complex, \underline{Z} poate fi scrisă și sub forma algebrică:

$$\underline{Z} = \text{Re}\{\underline{Z}\} + j\text{Im}\{\underline{Z}\} = R + jX$$

- în care R se numește *rezistența* ramurii (circuitului) iar X se numește *reactanța* ramurii (circuitului). Atât rezistența cât și reactanța se măsoară în *ohmi* [Ω].

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

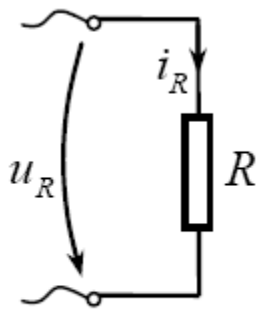
- **3.2.2 Elemente ideale de circuit în regim permanent sinusoidal**
- Constructiv marea majoritate a instalațiilor electrice este realizată astfel încât în diverse porțiuni de circuit predomină numai câte unul din parametri menționați mai sus. Astfel un rezistor de rezistență R degajă căldură, între armăturile unui condensator de capacitate C apare câmp electric, iar o bobină de inductivitate L produce câmp magnetic.
- Elementele de circuit rezistoare, bobine, condensatoare sunt caracterizate printr-un singur parametru R , L , C se numesc ideale.
- Elementele reale de circuit nu pot fi caracterizate numai printr-un singur parametru. De exemplu, înfășurarea unei bobine are, în afara parametrului principal, inductanța și o anumită rezistență electrică.

CAPITOLUL 3

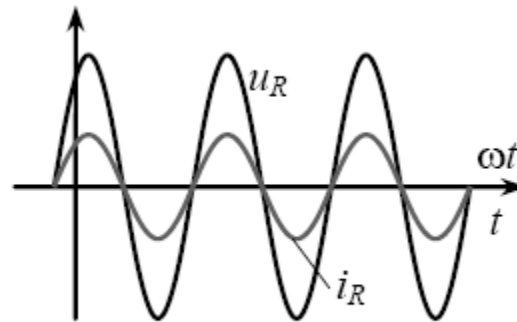
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Rezistorul ideal în regim permanent sinusoidal
- Rezistorul este elementul de circuit care se opune trecerii curentului electric. Are proprietatea de a transforma energia electrică în căldură. Rezistorul ideal este caracterizat doar de parametrul rezistență R . Se neglijează inductivitatea proprie și capacitatea sa electrică ($L, C = 0$).

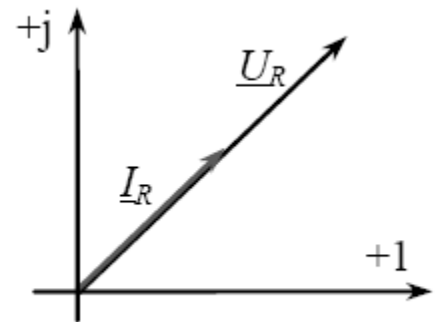
$$u_R = \sqrt{2}U_R \sin(\omega t + \gamma_u)$$



a.



b.



c.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Legea fizică care descrie funcționarea unui rezistor este legea lui Ohm:

$$u_R = Ri_R, \quad i_R = \frac{u_R}{R} = \sqrt{2} \frac{U_R}{R} \sin(\omega t + \gamma_u),$$
$$i_R = \sqrt{2} I_R \sin(\omega t + \gamma_i).$$

- Valoarea efectivă și faza inițială a curentului:

$$I_R = \frac{U_R}{R}; \quad \gamma_i = \gamma_u$$

- Se pot determina impedanța rezistorului și defazajul dintre tensiune și curent:

$$Z_R = \frac{U_R}{I_R} = R; \quad \varphi_R = \gamma_u - \gamma_i = 0$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- *Dacă tensiunea la bornele unui rezistor liniar ideal este sinusoidală, curentul prin rezistor este de asemenea sinusoidal și în fază cu tensiunea. Rezistorul ideal opune trecerii curentului alternativ o impedanță egală cu rezistența sa electrică.*
- Reprezentarea simbolică a tensiunii și curentului:

$$u_R(t) \leftrightarrow \underline{U}_R = U_R e^{j\gamma u};$$

$$i_R(t) \leftrightarrow \underline{I}_R = I_R e^{j\gamma i} = \frac{U_R}{R} e^{j\gamma u} = \frac{\underline{U}_R}{R}$$

- Se obține, astfel, legea lui Ohm în complex:

$$\underline{U} = R \underline{I}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Bobina ideală în regim permanent sinusoidal
- Bobina este elementul de circuit care se opune variației curentului care o parcurge. Are proprietatea de a înmagazina energie în câmp magnetic. Bobina ideală este caracterizată numai prin inductanța L .
- Se consideră o bobină ideală de inductanță L , având la borne tensiunea $u_L(t)$.

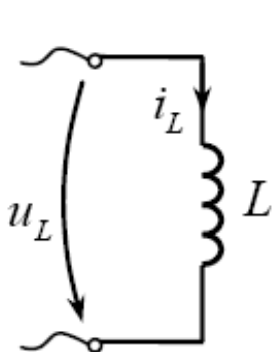
$$u_L(t) = \sqrt{2}U_L \sin(\omega t + \gamma_u)$$

- Comportarea bobinei în c.a. este descrisă de legea inducției electromagnetice, conform căreia tensiunea la bornele bobinei este:

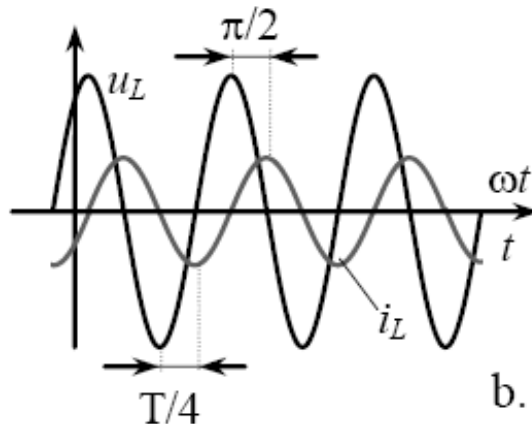
$$u_L(t) = -e_L(t) = L \frac{di_L}{dt}$$

CAPITOLUL 3

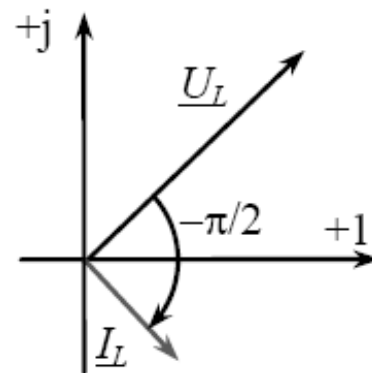
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV



a.



b.



c.

- expresia intensității curentului este:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L(t) dt$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int_0^t U \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u) dt = -\frac{U}{\omega L} \sqrt{2} \cos(\omega t + \gamma_u) = \frac{U}{\omega L} \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u - \pi/2).$$

- Se observă că i_L este de asemenea sinusoidal. Identificând parametrii săi cu expresia formală de scriere a unui semnal sinusoidal:

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

$$i_L = \sqrt{2}I_L \sin(\omega t + \gamma_i) \quad I_L = \frac{U}{\omega L}; \quad \gamma_i = \gamma_u - \frac{\pi}{2}$$

- Impedanța bobinei și defazajul dintre tensiune și curent:

$$Z_L = \frac{U_L}{I_L} = \omega L = \overset{\text{not}}{X}_L; \quad \varphi_L = \gamma_u - \gamma_i = \frac{\pi}{2}$$

- Mărimea X_L se numește *reactanță inductivă* și se măsoară, ca și rezistența electrică, în *ohmi*
- *Dacă tensiunea la bornele unei bobine liniare ideale este sinusoidală, curentul prin bobină este de asemenea sinusoidal și defazat în urma tensiunii cu un unghi de $\pi/2$. Bobina ideală opune trecerii curentului alternativ o impedanță egală cu reactanța sa inductivă.*

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

$$\begin{cases} u_L \leftrightarrow \underline{U}_L = U_L e^{j\gamma_u}, \\ i_L \leftrightarrow \underline{I}_L = I_L e^{j\gamma_i} = \frac{U_L}{\omega L} e^{j(\gamma_u - \pi/2)} = \frac{U_L}{\omega L} e^{j\gamma_u} e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{\underline{U}_L}{j\omega L} \end{cases}$$

- Legea lui Ohm pentru o bobină este, în domeniul complex:

$$\underline{U} = j\omega L \underline{I}$$

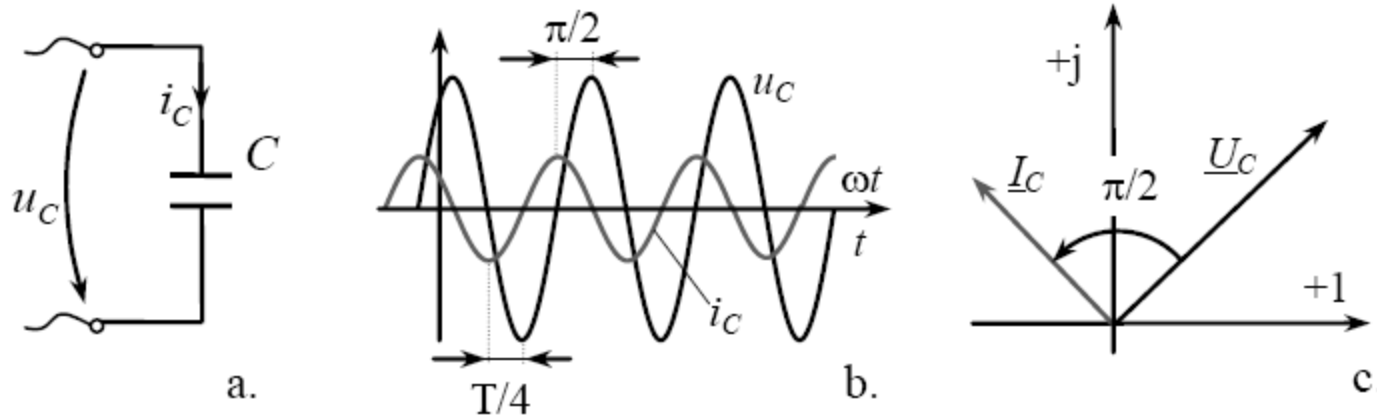
- **Condensatorul ideal în regim permanent sinusoidal**
- Condensatorul este elementul de circuit care se opune variației tensiunii la bornele sale. Are proprietatea de a înmagazina energie în câmp electric. Condensatorul ideal este caracterizat numai prin parametrul capacitate electrică C .

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Să considerăm un condensator ideal C cu tensiunea la borne $u_c(t)$

$$u_c(t) = \sqrt{2}U_C \sin(\omega t + \gamma_u)$$



- Comportarea condensatorului în c.a. respectă legea conservării sarcinii electrice aplicată unei suprafețe închise care înconjoară o armătură a condensatorului

$$i_c(t) = \frac{dq}{dt}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- în care $q=CU$ reprezintă sarcina electrică de pe o armătură a condensatorului. Astfel intensitatea curentului prin condensator rezultă:

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{du}{dt} = \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \gamma_u) = \omega CU \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u + \pi/2)$$

- Curentul prin condensator i_c rezultă sinusoidal; prin identificare cu forma standard:

$$i_c = \sqrt{2}I_C \sin(\omega t + \gamma_i) \quad I_C = \omega CU_C; \quad \gamma_i = \gamma_u + \frac{\pi}{2}$$

- Impedanța condensatorului și defazajul dintre tensiune și curent sunt:

$$Z_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{1}{\omega C} \stackrel{\text{not}}{=} X_C; \quad \varphi_C = \gamma_u - \gamma_i = -\frac{\pi}{2}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Mărimea X_c se numește *reactanță capacitivă* și se măsoară, ca și reactanța inductivă, în *ohmi* [Ω].
- *Dacă tensiunea la bornele unui condensator liniar ideal este sinusoidală, curentul prin condensator este de asemenea sinusoidal și defazat înaintea tensiunii cu un unghi de $\pi/2$. Condensatorul ideal opune trecerii curentului alternativ o impedanță egală cu reactanța sa capacitivă.*
- În reprezentarea simbolică se obține:

$$\begin{cases} u_c \leftrightarrow \underline{U}_c = U_c e^{j\gamma_u}, \\ i_c \leftrightarrow \underline{I}_c = I_c e^{j\gamma_i} = \frac{U_c}{X_c} e^{j(\gamma_u + \pi/2)} = \omega C U_c e^{j\gamma_u} e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega C \underline{U}_c \end{cases}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Astfel legea lui Ohm în domeniul complex, pentru un condensator de capacitate C este:

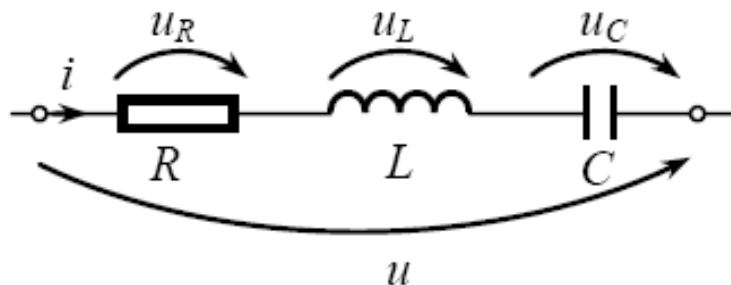
$$\underline{U} = \frac{1}{j\omega C} \underline{I}$$

- **Rezistor bobină și condensator conectate în serie**
- Se consideră ramura de circuit, alcătuită din trei elemente ideale de circuit conectate în serie, alimentată de la o sursă de tensiune sinusoidală cu tensiunea la borne $u(t)$. Deoarece curentul prin toate elementele este același, poate fi ales drept mărime de referință adică având faza inițială nulă:

$$i(t) = \sqrt{2} I \sin \omega t$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV



- Conform celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

- pentru simplificare se apelează la metoda de reprezentare simbolică a mărimilor. Astfel:

$$i(t) \leftrightarrow \underline{I} = Ie^{j\omega t};$$

$$u(t) \leftrightarrow \underline{U} = Ue^{j\omega t}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Cu aceste considerații și ținând cont de corespondența operațiilor în metoda simbolică, rezultă:

$$\underline{U} = R\underline{I} + j\omega L\underline{I} + \frac{1}{j\omega C}\underline{I} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right] \underline{I}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$$

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + jX$$

- Expresiile impedanței Z și defazajului φ pentru ramura R,L,C serie:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2};$$
$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R}.$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

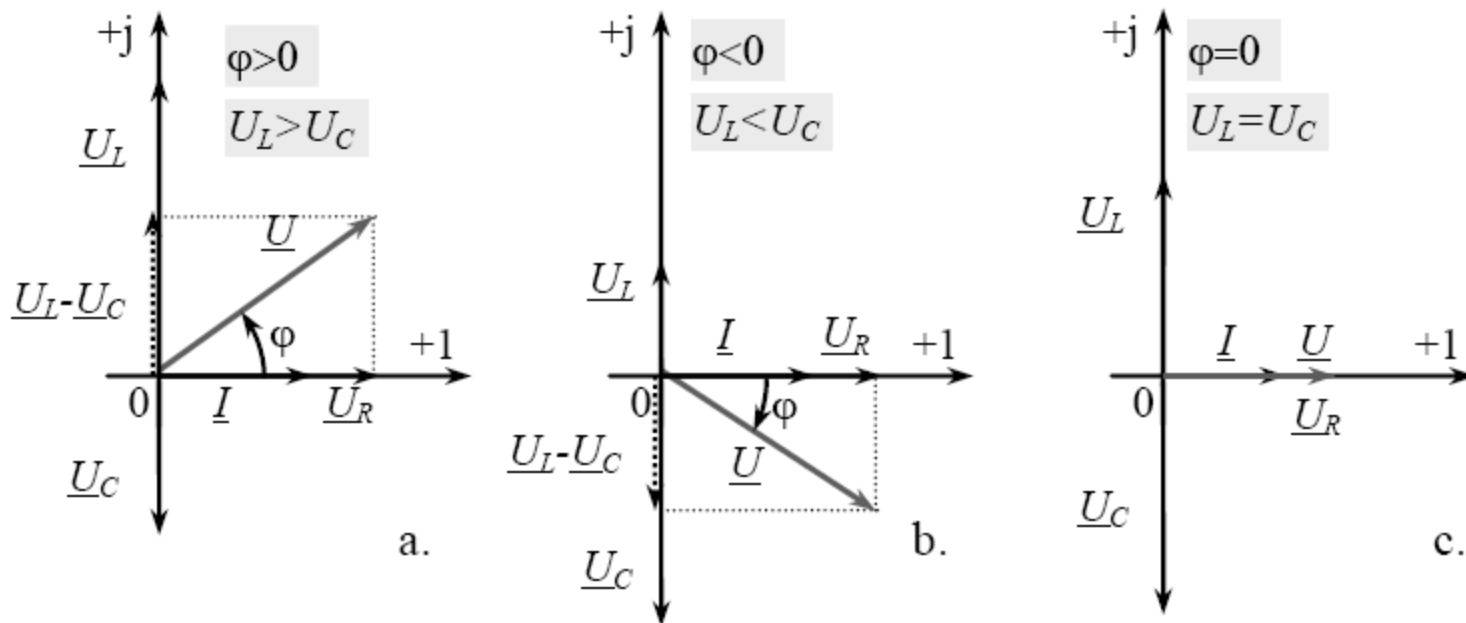
- În funcție de ponderea reactanțelor X_L și X_C ramura considerată poate fi:
- a. cu caracter *inductiv*, dacă $X_L > X_C$
- b. cu caracter *capacitiv*, dacă $X_L < X_C$
- Ținând cont de expresiile imaginilor complexe ale tensiunii la bornele unui R, L și C se poate scrie T II K în valori complexe:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$

- Diagramele fazoriale ale tensiunii și curentului sunt:
- Fazorul \underline{U}_R se trasează coliniar cu fazorul I, \underline{U}_L în avans cu un unghi de $\pi/2$ rad., iar \underline{U}_C înapoi cu $\pi/2$ rad. Fazorul tensiunii U se obține prin adunarea celor trei fazori \underline{U}_R , \underline{U}_L , și \underline{U}_C

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV



- Rezonanța tensiunilor
- *Un circuit se află la rezonanță dacă defazajul dintre tensiunea la bornele circuitului și curentul total prin circuit este nul.*

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

$$\varphi = 0$$

$$X_{L_0} = X_{C_0}$$

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + (X_{L_0} - X_{C_0})^2} = R$$

$$I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R}$$

$$U_{L_0} = X_{L_0} I_0 = U_{C_0} = X_{C_0} I_0$$

$$U_{R_0} = R I_0 = Z_0 I_0 = U$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.2.3 Puteri în circuitele electrice de curent alternativ
- Puterea electrică este cea mai importantă mărime din sistemele energetice, electronice de telecomunicații ș.a. deoarece în aceste sisteme este necesară transmiterea energiei electrice între diferite puncte.
- Puterea electrică este mărimea care exprimă viteza cu care se transferă energia electrică între diferite elemente sau porțiuni ale unui circuit.
- Puterea absorbită sau furnizată de un element sau o porțiune de circuit la un moment oarecare de timp, numită putere instantanee, este produsul dintre tensiunea la borne și curentul care străbate elementul considerat $P=UI$.

CAPITOLUL 3

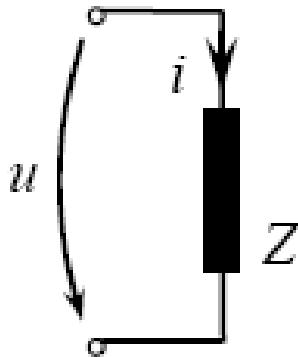
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În circuitele de c.c., în care consumatorii de energie electrică sunt rezistoarele, puterea electrică $P=UI$ se transferă unidirecțional, de la sursă către consumator unde se transformă în altă formă de putere.
- În c.a. fenomenele sunt mai complexe. Bobinele și condensatoarele pot înmagazina energie electrică astfel că puterea își poate inversa periodic sensul de transmitere.
- Pentru a evidenția aspecte diferite legate de evoluția puterii sunt definite mai multe categorii de putere electrică.

CAPITOLUL 3

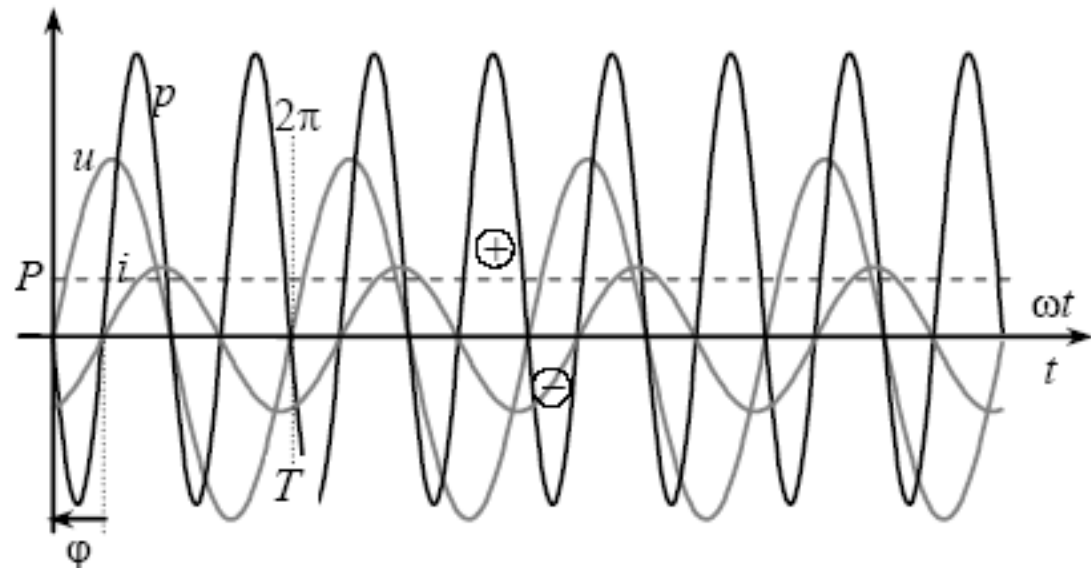
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Se consideră un circuit simplu alcătuit dintr-o sursă cu tensiunea la borne alternativ sinusoidală $u(t)$ și un receptor (sau sarcină) de exemplu cu caracter inductiv, de impedanță Z , parcurs de curentul $i(t)$,



$$u = \sqrt{2}U \sin \omega t,$$

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi).$$



CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Trecerea curentului prin circuit este însoțită de un transfer de putere între sursa de tensiune și sarcină.
- Puterea schimbată la un moment dat de consumator cu sursa se numește **putere instantanee**:

$$p(t) = u(t)i(t)$$

- Înlocuind expresiile tensiunii și curentului rezultă:

$$p(t) = 2UI \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$$

- Din graficul puterii se observă că puterea instantanee este o mărime periodică, cu o componentă continuă (constantă în timp) $UI \cos \varphi$ și o componentă sinusoidală de pulsație dublă.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În unele intervale de timp puterea instantanee este pozitivă, adică sarcina consumă energie, iar pe altele puterea este negativă, adică se transferă energie de la sarcină către sursă.
- **Puterea activă** reprezintă media puterii instantanee și se calculează în decurs de o perioadă:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T [UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)] dt = UI \cos \varphi$$

$$\boxed{P = UI \cos \varphi, P > 0}$$

- Fiind permanent pozitivă, puterea activă caracterizează procesul transformării ireversibile a energiei electrice în alte forme de energie (mecanică, termică, radiantă etc.).

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Puterea activă constituie puterea utilă a receptorului, deoarece, așa cum se știe, curentul electric este utilizat pentru efectele sale.
- Unitatea de măsură a puterii active este wattul [W].
- Deoarece reprezintă putere electrică care se transformă, puterea activă face legătura cu celelalte puteri din fizică având aceeași notație și aceeași unitate de măsură.
- **Puterea reactivă.** Din expresia puterii instantanee se constată că pe unele intervale de timp puterea instantanee este pozitivă, deci energia electrică se transferă de la sursă către sarcină, iar pe alte intervale de timp puterea este negativă, adică sensul de transfer al energiei electrice se inversează – de la receptor către sursă.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Aceasta înseamnă că, pe lângă procesul de transformare ireversibilă a energiei electrice în alte forme de energie, în circuit mai are loc și un proces reversibil periodic, de transfer de energie între sursă și sarcină. Acest proces este caracterizat de **puterea reactivă**:

$$Q = UI \sin \varphi$$

- Unitatea de măsură a puterii reactive în SI se numește voltamper reactiv (VAr).
- Puterea reactivă este o putere electrică dar nu este legată de procesul de transformare ireversibilă a energiei electrice în alte forme de energie.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În decurs de o perioadă puterea reactivă este transferată de către sursă receptorului, se înmagazinează (nu se transformă) în câmpul magnetic al bobinelor sau în cel electric al condensatoarelor, iar după un timp este cedată înapoi sursei.
- Notăția și unitatea de măsură diferite scot în evidență această comportare.
- **Puterea aparentă.** Pentru valori precizate (nominale) ale tensiunii și curentului care caracterizează un anumit circuit sau receptor, valoarea maximă a puterii active se numește putere aparentă:

$$S = UI$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Formal, puterea aparentă se obține din puterea activă, pentru $\cos\varphi = 1$. De fapt ea nu reprezintă o putere electrică ci este doar o mărime de calcul care caracterizează limitele de funcționare ale utilajelor sau ale rețelelor de distribuție a energiei electrice.
- Unitatea de măsură a puterii aparente în SI este voltamperul [VA].
- **Factorul de putere.** Reprezintă raportul dintre puterea activă și puterea aparentă:

$$k_P = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Factorul de putere indică ce parte din puterea aparentă **S** reprezintă puterea activă (partea utilă).
- În cazul unui consumator pur rezistiv factorul de putere este de valoare 1, deoarece curentul și tensiunea sunt în fază.
- Pentru un consumator pur reactiv – bobină sau condensator, factorul de putere are valoarea zero, deoarece defazajul dintre tensiune și curent este de $\pm\pi/2$, iar pentru un consumator oarecare o valoare între 0 și 1.
- Pentru puterile activă și reactivă se adoptă următoarea convenție de semne: $P>0$, $Q>0$ puterile sunt absorbite; $P<0$, $Q<0$ - puterile sunt cedate;

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- O analiză a puterilor pentru fiecare element de circuit, rezistor bobină sau condensator conduce la următoarele rezultate:
 - Rezistorul ideal: deoarece curentul este în fază cu tensiunea

$$\varphi_R = 0 \rightarrow \cos \varphi_R = 1, \sin \varphi_R = 0;$$

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} > 0, \quad Q = 0, \quad S = UI.$$

- Puterea reactivă este zero și întreaga putere primită de la sursă se disipă.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Bobină ideală: deoarece defazează curentul cu un unghi de $\pi / 2$ rad în urma tensiunii

$$\varphi_L = \pi / 2 \rightarrow \cos \varphi_C = 0, \sin \varphi_C = 1;$$

$$P = 0, \quad Q = UI = X_L I^2 = \frac{U^2}{X_L}, \quad S = UI.$$

- Nu se disipă putere, puterea este alternativ absorbită și returnată sursei.
- condensator ideal: deoarece defazează curentul cu un unghi de $\pi / 2$ rad înaintea tensiunii

$$\varphi_C = -\pi / 2 \rightarrow \cos \varphi_C = 0, \sin \varphi_C = -1;$$

$$P = 0, \quad Q = -UI = -X_C I^2 = -\frac{U^2}{X_C}, \quad S = UI.$$

CAPITOLUL 3

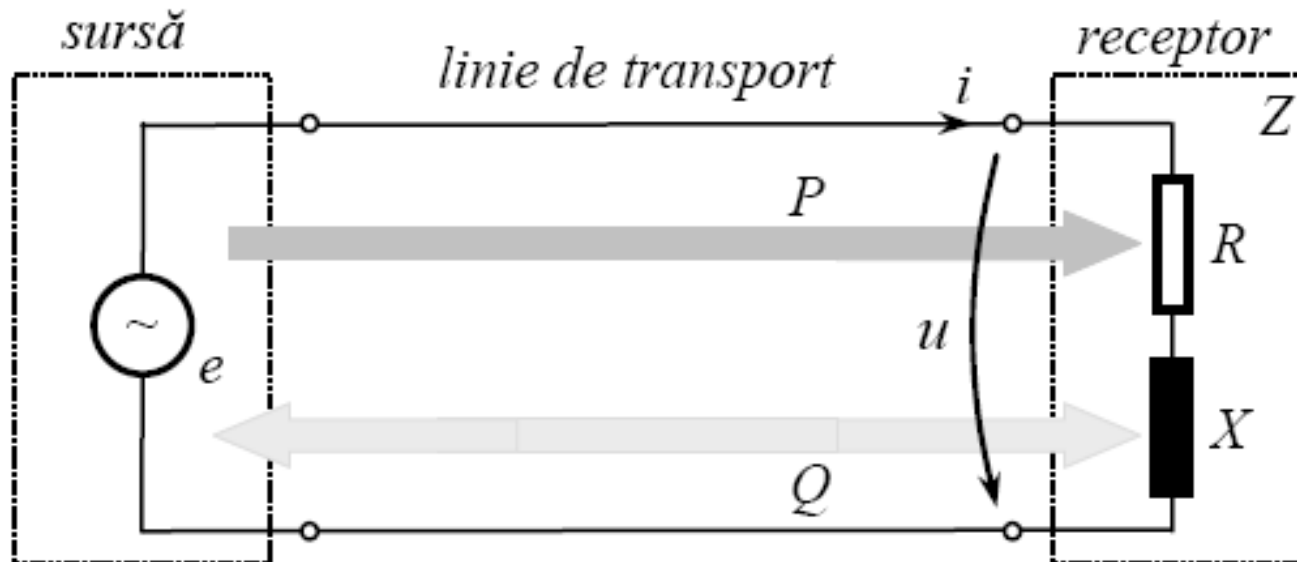
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Ca și bobina ideală, un condensator ideal nu disipă putere, puterea este alternativ absorbită și returnată sursei.
- Se pot trage următoarele concluzii:
 - *Puterea activă* se dezvoltă numai în rezistoare, neavând legătură cu bobina sau condensatorul.
 - *Puterea reactivă* se dezvoltă numai în elementele reactive de circuit, bobine și condensatoare, nu și în rezistoare.
 - Puterea reactivă are semne diferite pe bobină și condensator; bobina este considerată un receptor de putere reactivă ($Q_L > 0$) în timp ce condensatorul este un generator de putere reactivă ($Q_C < 0$);

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În realitate având în vedere comportarea oscilantă a puterii reactive, în momentul în care bobina înmagazinează putere electrică în câmpul său magnetic, condensatorul cedează din ce a înmagazinat anterior în câmpul său electric, iar în etapele următoare procesul se inversează.



CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Puterea aparentă poate fi atașată oricărui element de circuit, fiind doar o mărime de calcul.
- Ținând cont de expresiile celor trei puteri electrice se poate ușor stabili relația de legătură:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

- **3.3 Analiza circuitelor ramificate de c.a.**
- **3.3.1 Generalități**
- Circuitele ramificate (rețelele) de c.a., ca și cele de c.c., sunt caracterizate prin topologie – noduri, ramuri, ochiuri, prin mărimi electrice – t.e.m., tensiuni, curenți etc. și prin parametri de circuit – rezistențe, inductanțe, capacități.

CAPITOLUL 3

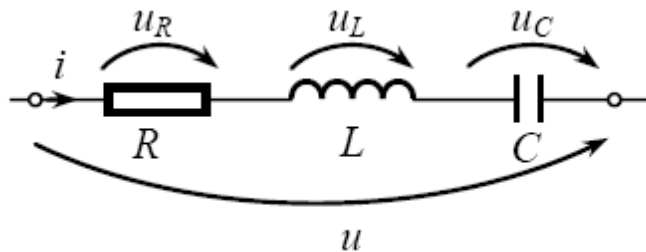
CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- De aceea analiza unui circuit de c.a. este similară cu cea a unui circuit de c.c., dar cu mici deosebiri. În principiu, toate legile și teoremele utilizate în analiza circuitelor de c.c. se utilizează și în analiza circuitelor de c.a., dacă nu în aceeași formă cel puțin într-o formă asemănătoare.
- Analiza unui circuit ramificat liniar în regim sinusoidal înseamnă determinarea intensităților curenților prin ramuri, a căderilor de tensiune la bornele ramurilor și eventual a puterilor, dacă sunt cunoscute: configurația circuitului adică numărul de noduri, ramuri și ochiuri independente, parametrii surselor de tensiune, adică valorile e și Z precum și parametrii ramurilor, adică R , L și C .

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.3.2 Legi și teoreme specifice în c.a.
- **Legea lui Ohm.** Se consideră o porțiune de circuit de impedanță Z caracterizată, în caz general, de rezistența R , inductanța L și capacitatea C ca în fig..



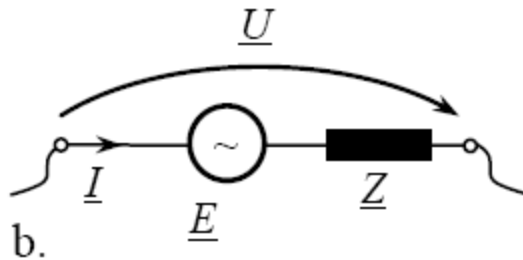
$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

- Dacă se consideră metoda de reprezentare simbolică a mărimilor sinusoidale, în domeniul complex porțiunea de circuit se reprezintă prin impedanța sa complexă, iar legea conducției, în regim sinusoidal, are forma complexă $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În caz general, când ramura conține și o sursă de tensiune electromotoare, legea conducției exprimată în domeniul complex, devine:



$$\underline{U} + \underline{E} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

- Teorema I a lui Kirchhoff.** Este valabilă atât în valori instantanee, cât și în domeniul complex (fazorial):

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0, \quad \sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- **Teorema a II-a a lui Kirchhoff.** Este valabilă atât în valori instantanee cât și în domeniul complex (fazorial):

$$\boxed{\sum_{k=1}^n u_k = 0} \quad \cdot \quad \boxed{\sum_{k=1}^n \underline{U}_k = 0}$$

- **Teorema conservării puterilor în c.a.**

Suma puterilor active furnizate de generatoarele dintr-un circuit complex este egală cu suma puterilor active disipate pe rezistoarele circuitului, iar suma puterilor lor reactive este egală cu suma algebrică a puterilor reactive ale bobinelor și condensatoarelor.

$$\sum_{jk \in r} (P_{jk})_G = \sum_{jk \in r} (P_{jk})_R$$

$$\sum_{jk \in r} (Q_{jk})_G = \sum_{jk \in r} (Q_{jk})_R$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Gruparea în serie și în derivație a impedanțelor.
- În baza analogiei stabilite anterior între modul de scriere a teoremelor lui Kirchhoff în complex pentru circuitele liniare în regim sinusoidal și modul de scriere a aceluiași teoreme pentru circuitele liniare de c.c., se pot determina imediat expresiile impedanțelor echivalente ale grupărilor uzuale.
- În cazul conectării în serie a impedanțelor, impedanța echivalentă a n impedanțe se poate calcula cu relația:

$$\underline{Z}_e = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k$$

$$R_e = \sum_{k=1}^n R_k ; \quad X_e = \sum_{k=1}^n X_k$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Dacă impedanțele sunt grupate în paralel atunci impedanța echivalentă se calculează cu relația:

$$\boxed{\frac{1}{\underline{Z}_e} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\underline{Z}_k}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\underline{Y}_e = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k}$$

- În cazul transfigurării stea-triunghi a circuitelor de c.c., în cazul circuitelor ramificate de c.a., la care ramurile conectate în stea sau triunghi sunt pasive, se pot scrie următoarele relații de echivalență:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}; \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}.$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}; \quad \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}; \quad \underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}.$$

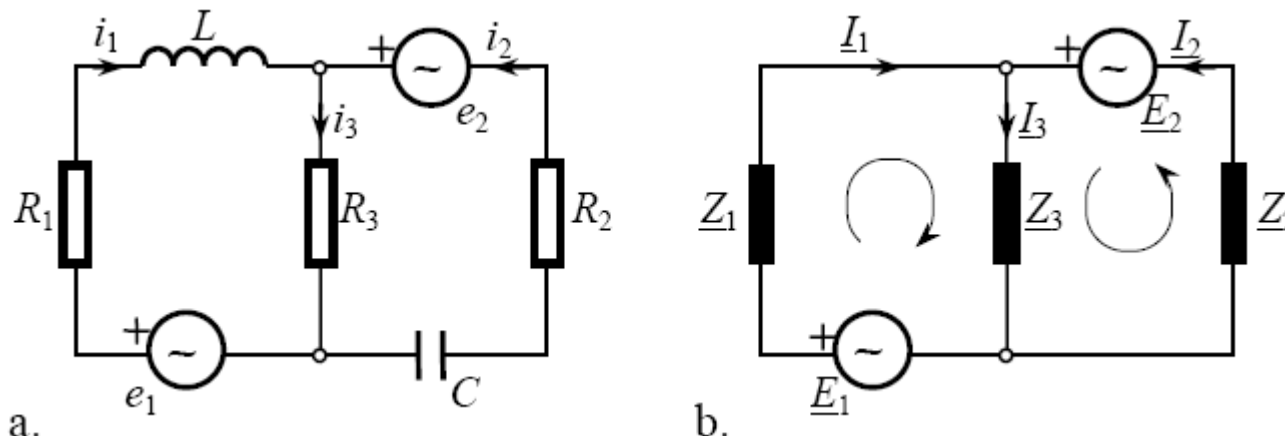
CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.3.3. Metode de analiză a circuitelor liniare ramificate de c.a.
- În acest scop valorile instantanee ale semnalelor sinusoidale (e , U , I) se substituie prin imaginile lor complexe, iar R și G prin Z , respectiv Y complexe.
- Etapele de lucru rămân, în principiu, cele prezentate anterior. Astfel, fiind dată schema electrică a circuitului și parametrii surselor și receptoarelor de pe ramurile sale, se fixează arbitrar sensurile curenților în ramurile circuitului.
- Se prezintă un exemplu în care analiza se face în domeniul complex, prin aplicarea directă a teoremelor lui Kirchhoff.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV



Impedanțele complexe pe fiecare ramură sunt:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1, \quad \underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C_3}, \quad \underline{Z}_3 = R_3$$

Aplicând prima teoremă în unul dintre noduri și a doua teoremă în ochiurile independente indicate prin sensul pozitiv de parcurs, rezultă sistemul de ecuații:

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

$$\begin{cases} -\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \\ \underline{E}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 \\ \underline{E}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ \underline{Z}_1 & 0 & \underline{Z}_3 \\ 0 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_3 \end{vmatrix} = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3$$

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ \underline{E}_1 & 0 & \underline{Z}_3 \\ \underline{E}_2 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_3 \end{vmatrix} = \underline{E}_1 \underline{Z}_2 - \underline{E}_2 \underline{Z}_3 + \underline{E}_1 \underline{Z}_3,$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \underline{Z}_1 & \underline{E}_1 & \underline{Z}_3 \\ 0 & \underline{E}_2 & \underline{Z}_3 \end{vmatrix} = -\underline{E}_1 \underline{Z}_3 + \underline{E}_2 \underline{Z}_1 + \underline{E}_2 \underline{Z}_3,$$

$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ \underline{Z}_1 & 0 & \underline{E}_1 \\ 0 & \underline{Z}_2 & \underline{E}_2 \end{vmatrix} = \underline{E}_1 \underline{Z}_2 + \underline{E}_2 \underline{Z}_1.$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \underline{E}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3},$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) - \underline{E}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_1 \underline{Z}_2 + \underline{E}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}.$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.4 Circuite trifazate de c.a.
- Producerea, transportul, distribuția și cea mai mare parte din consumul de energie electrică se realizează în sistemul de c.a. trifazat.
- Generalizarea sistemului trifazat este o consecință firească a avantajelor acestui sistem față de cel monofazat monofazat:
 - transportul energiei electrice este mai economic în sistem trifazat;
 - costul liniilor de transport trifazate este mai redus decât al celor monofazate;
 - generatorul trifazat cu sarcină echilibrată produce la arborele motorului de antrenare un cuplu constant;

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- cu ajutorul unui sistem trifazat de curenți se poate produce relativ simplu un câmp magnetic învârtitor; acesta stă la baza funcționării motoarelor sincrone și asincrone (principalii consumatori de energie electrică);
- în condiții egale (aceeași putere, frecvență, tensiune etc.) generatoarele, motoarele și transformatoarele trifazate sunt superioare celor monofazate ca greutate, preț, randament;
- există posibilitatea cuplării la rețeaua trifazată atât a consumatorilor trifazați, cât și a celor monofazați.

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Un sistem trifazat de circuite electrice reprezintă un ansamblu de *trei circuite electrice* în care acționează surse caracterizate de trei tensiuni electromotoare sinusoidale de aceeași frecvență, dar defazate una față de alta, de regulă, cu $1/3$ de perioadă (sau $2\pi/3$ radiani) și care alimentează un receptor trifazat alcătuit din trei impedanțe. Cele trei circuite care alcătuiesc sistemul trifazat poartă denumirea de faze.
- Circuitele trifazate sunt caracterizate prin *sisteme de mărimi* (semnale) *trifazate*, variabile în timp de forma:

$$\begin{cases} y_1 = \sqrt{2}Y_1 \sin(\omega t + \gamma_1) \\ y_2 = \sqrt{2}Y_2 \sin(\omega t + \gamma_2) \\ y_3 = \sqrt{2}Y_3 \sin(\omega t + \gamma_3) \end{cases}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Un sistem trifazat de mărimi este simetric dacă semnalele care îl compun au aceeași valoare efectivă și sunt defazate între ele cu o treime de perioadă ($2\pi/3$ radian)
- Sistemul trifazat este de *succesiune directă* dacă fazorii asociați sistemului trifazat se succed în sens direct trigonometric ($\gamma_1 > \gamma_2 > \gamma_3$) respectiv Y_1 este înaintea lui Y_2 care este la rândul său înaintea lui Y_3 și de *succesiune inversă* în caz contrar

$$Y_1 = Y_2 = Y_3,$$

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \gamma_2 - \gamma_3 = \gamma_3 - \gamma_1 = \frac{2\pi}{3}$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Expresia analitică a unui sistem trifazat simetric de mărimi este următoarea:

$$y_1 = \sqrt{2}Y \sin(\omega t)$$

$$y_2 = \sqrt{2}Y \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$y_3 = \sqrt{2}Y \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

- Un sistem trifazat simetric de t.e.m. determină un sistem trifazat simetric de curenți atunci când cele trei impedanțe complexe ale receptorului trifazat sunt identice:

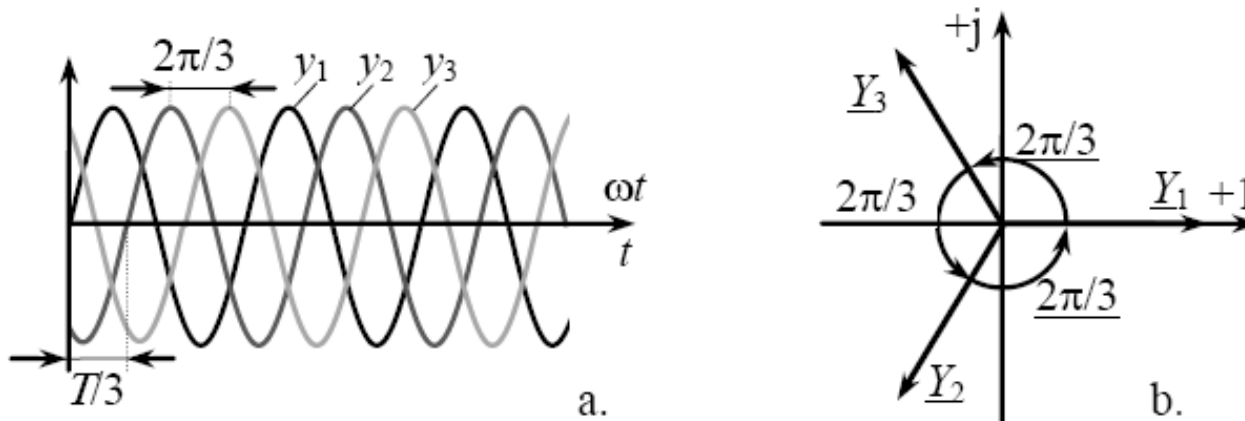
$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 \leftrightarrow Z_1 = Z_2 = Z_3, \varphi_{z1} = \varphi_{z2} = \varphi_{z3}$$

- Un astfel de receptor trifazat poartă denumirea de receptor echilibrat;

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În fig. se prezintă un sistem simetric de trei mărimi sinusoidale $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$ și diagrama fazorială a acestor mărimi.



- Suma valorilor instantanee ale mărimilor care compun un sistem trifazat simetric, respectiv suma fazorilor acestor mărimi este egală cu zero.*

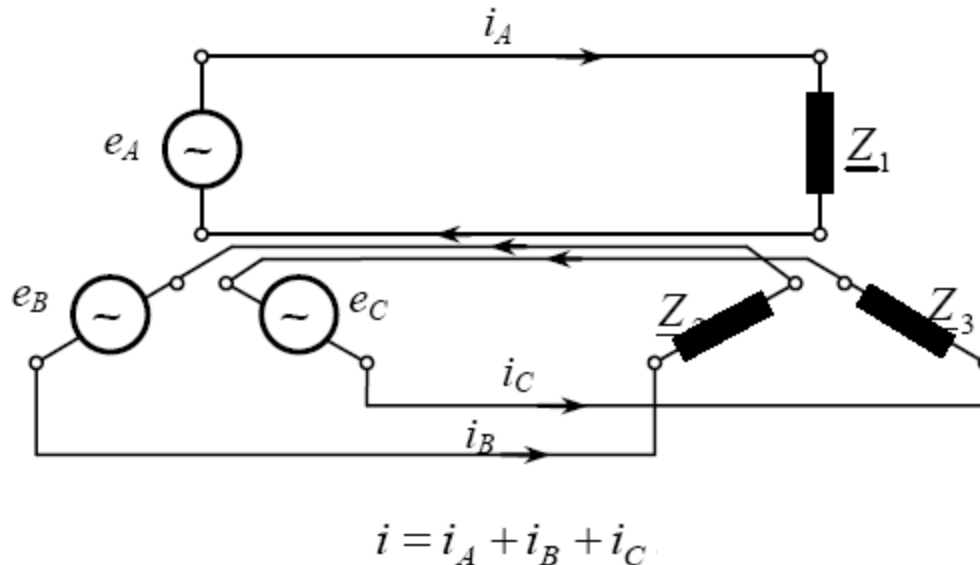
$$y_1 + y_2 + y_3 = 0$$

$$\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = 0$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.4.2. Conexiunile sistemelor trifazate
- Fie un generator trifazat caracterizat de sistemul trifazat simetric de t.e.m. e_A , e_B , e_C , care alimentează un receptor trifazat caracterizat prin impedanțele complexe Z_1 , Z_2 , Z_3 . Transportul energiei electrice de la generator la receptor se face utilizând șase conductoare.



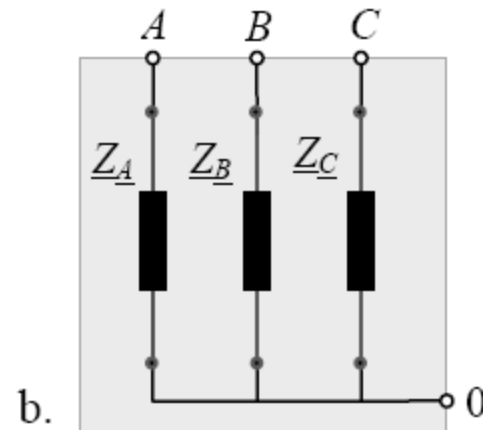
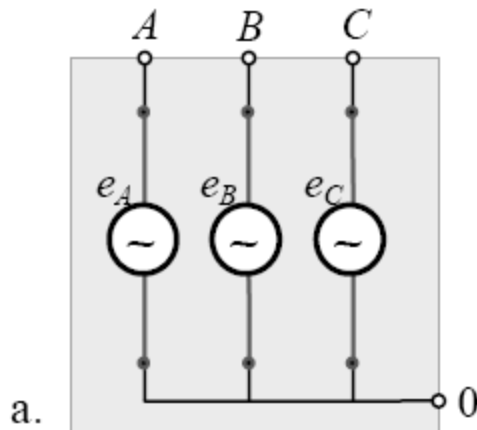
CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În practică reducerea numărului conductoarelor liniei de transport de la șase la patru (sau trei) este posibilă prin conectarea circuitelor trifazate în stea sau triunghi,

Conexiunea stea (Y).

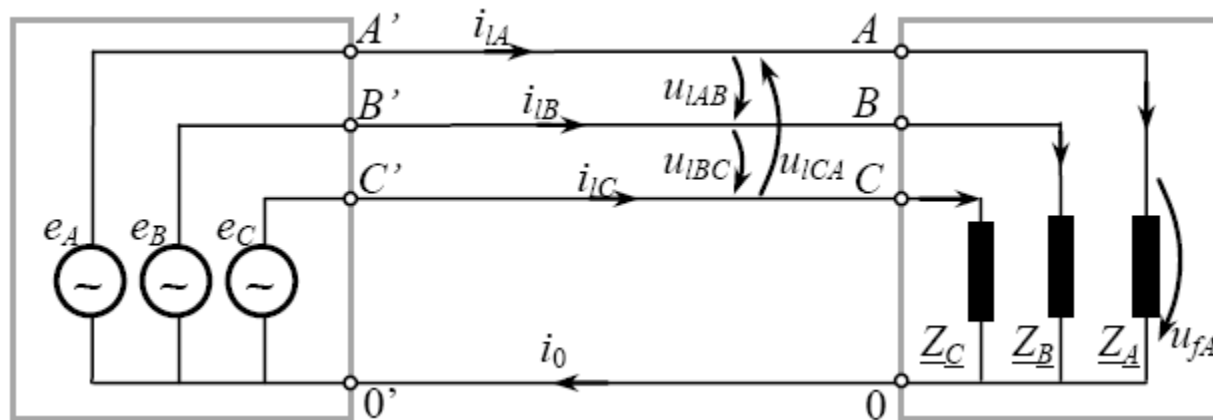
- Această conexiune se poate utiliza atât pentru fazele generatorului cât și pentru cele ale receptorului.
- Conexiunea în stea se realizează prin legarea uneia dintre bornele fiecărei faze ale receptorului sau ale generatorului într-un punct comun, numit neutru.



CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Rezultă o configurație cu patru borne din care una este neutrul iar celelalte sunt bornele de acces ale fazelor A,B,C.
- Linia de transport care leagă sursa de receptor rezultă cu patru conductoare: trei conductoare care leagă bornele de acces omoloage de la sursă și receptor, numite conductoare de linie și conductorul de legătură între punctele neutre care se numește conductor de nul (neutru).



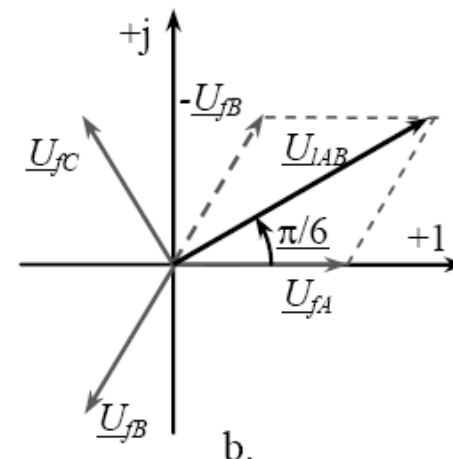
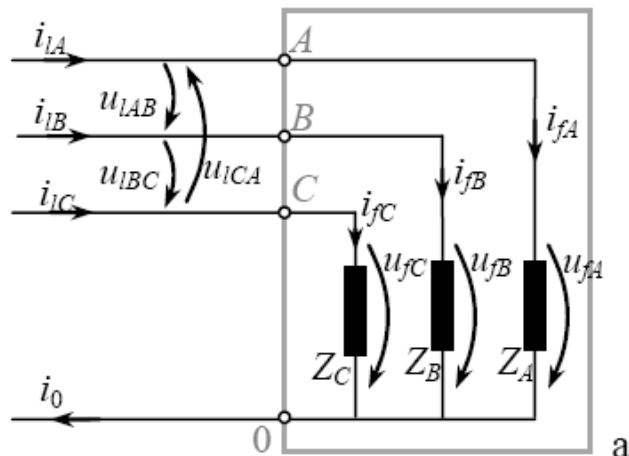
CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Cele trei tensiuni de fază aferente receptorului sunt u_{fA} , u_{fB} și u_{fC} iar tensiunile de linie ce caracterizează linia de transport (inclusiv priza trifazată) au fost notate cu u_{lAB} , u_{lBC} , u_{lCA} .
- Relațiile de legătură între mărimile de linie și cele de fază (de la receptor) se pot stabili considerând regimul de funcționare simetric.

$$i_{fA} = i_{lA}; \quad i_{fB} = i_{lB}; \quad i_{fC} = i_{lC}$$

$$i_l = i_f, \quad \boxed{\underline{I}_l = \underline{I}_f}$$



CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Pentru determinarea relației dintre tensiuni se observă că:

$$u_{LAB} = u_{fA} - u_{fB}; \quad u_{LBC} = u_{fB} - u_{fC}; \quad u_{LCA} = u_{fC} - u_{fA}$$

$$\underline{U}_{LAB} = \underline{U}_{fA} - \underline{U}_{fB}$$

$$U_{LAB} = 2 \cdot U_{fA} \cdot \cos(\pi/6) = \sqrt{3}U_{fA}$$

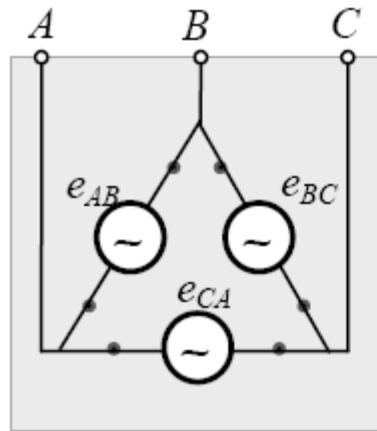
$$\boxed{U_l = \sqrt{3}U_f}$$

- *La conexiunea stea a circuitelor trifazate, în regim simetric, valoarea efectivă a tensiunii de linie este de $\sqrt{3}$ ori mai mare decât valoarea efectivă a tensiunii de fază, iar curentul de linie este egal cu cel de fază.*

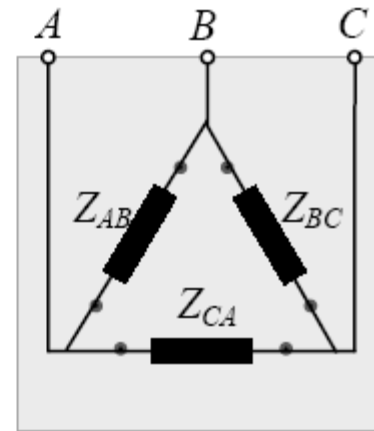
CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Conexiunea triunghi (Δ)
- Cele trei faze ale generatorului sau ale receptorului se conectează în triunghi legând succesiv sfârșitul unei faze cu începutul fazei următoare.



a.



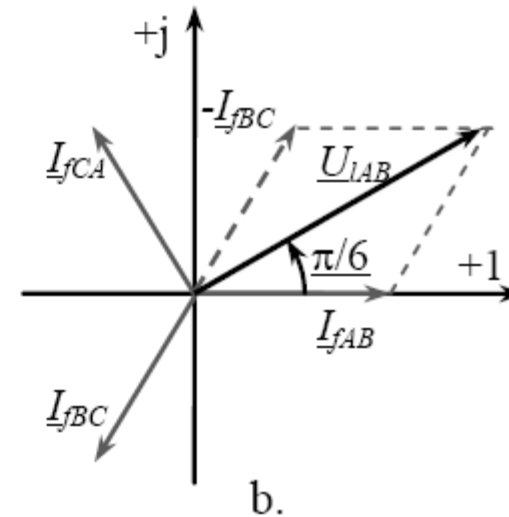
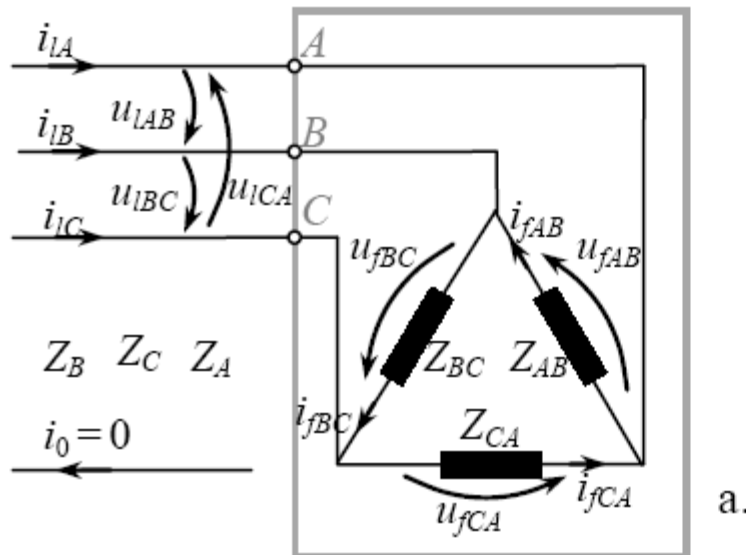
b.

- *În practică, generatoarele trifazate nu se conectează în triunghi ci doar în stea.*

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- Stabilirea relațiilor de legătură între mărimile de linie și cele de fază (de la receptor) se realizează în cazul unui regim simetric.



$$u_{LAB} = u_{fAB}; \quad u_{LBC} = u_{fBC}; \quad u_{LCA} = u_{fCA}$$

$$u_l = u_f,$$

$$U_l = U_f$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- În cazul relației între curenți raționamentul este similar cu cel din cazul tensiunilor la conexiunea stea.

$$i_{lA} = i_{fAB} - i_{fCA}; \quad i_{lB} = i_{fBC} - i_{fAB}; \quad i_{lC} = i_{fCA} - i_{fBC}$$

$$\underline{I}_{lA} = \underline{I}_{fAB} - \underline{I}_{fCA}$$

$$I_{lA} = 2 \cdot U_{fAB} \cdot \cos(\pi/6) = \sqrt{3} U_{fAB}$$

$$I_l = \sqrt{3} I_f$$

- *La conexiunea triunghi a circuitelor trifazate în regim simetric, valoarea efectivă a curentului de linie este de $\sqrt{3}$ ori mai mare decât valoarea efectivă a curentului de fază, iar tensiunea de linie este egală cu cea de fază.*

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

- 3.4.3 Puteri în circuitele trifazate

- Un receptor trifazat, alimentat cu un sistem trifazat de tensiuni schimbă cu generatorul (sursa de energie electrică), la un moment oarecare de timp, puterea instantanee:

$$p = u_{f1}i_{f1} + u_{f2}i_{f2} + u_{f3}i_{f3}.$$

- iar puterea activă pe o fază a circuitului este $P=UI\cos\varphi$ astfel ca la receptorul simetric aceasta este:

$$P = 3P_f = 3U_f I_f \cos\varphi$$

- Iar puterea reactiv si aparenta este:

$$Q = 3Q_f = 3U_f I_f \sin\varphi$$

$$S = 3U_f I_f = 3S_f$$

CAPITOLUL 3

CIRCUITE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

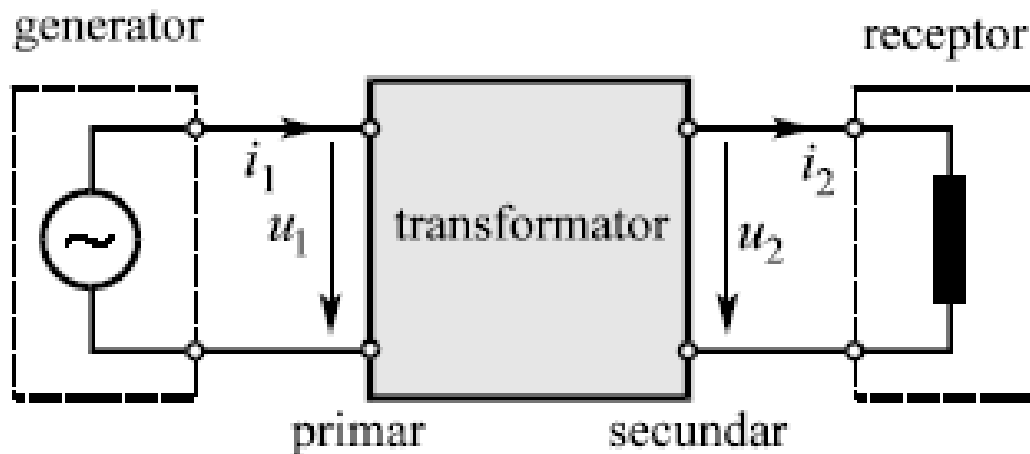
- Ținând cont de relațiile anterioare se pot fi exprima, independent de tipul conexiunii circuitului trifazat, și puterile pe linie:

$$\begin{aligned}P &= \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi \\Q &= \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi \\S &= \sqrt{3}U_l I_l = \sqrt{P^2 + Q^2}\end{aligned}$$

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- **4.1 Generalități**
- Transformatorul electric este un aparat electromagnetic static funcționând pe baza inducției electromagnetice, destinat modificării parametrilor unui sistem de mărimi electrice alternative (U , I etc.), menținând nemodificată frecvența.
- La un transformator se pun în evidență două părți funcționale:



CAPITOLUL 4

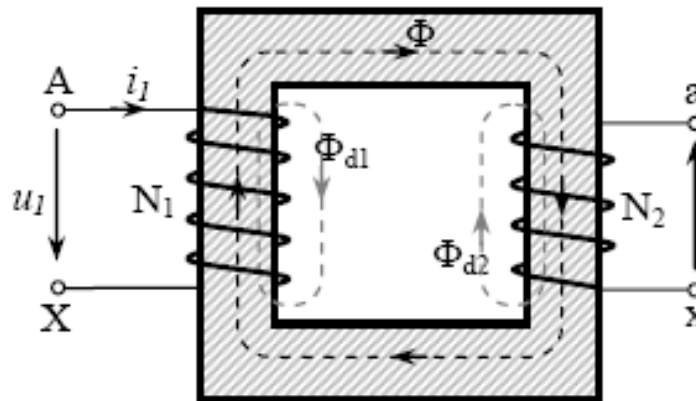
TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- *primarul*: cele două borne ale primarului se conectează la un generator de la care primește putere (energie electrică); în primar transformatorul are caracter de receptor;
- *secundarul*: cele două borne ale secundarului se conectează la un receptor către care transmite putere (energie electrică); în secundar transformatorul are caracter de genera
- Transformatorul se interpune între un generator și un receptor de energie electrică cu scopul de a compatibiliza tensiunea de lucru a receptorului cu cea furnizată de generator.tor.

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- 4.2.1 Principiul de funcționare a transformatorului monofazat
- Transformatorul monofazat este alcătuit dintr-un miez feromagnetic confecționat din tole pe care sunt realizate două înfășurări cu numere de spire uzual diferite.



- Alimentând înfășurarea primară AX cu tensiunea alternativă sinusoidală u_1 (circuitul secundar fiind deschis), aceasta este parcursă de un curent i_{10} care determină solenația $N_1 i_{10}$.

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

$$\Phi(t) = \Phi_m \sin \omega t .$$

- Acest flux magnetic variabil în timp, străbătând cele N_1 spire ale înfășurării primare AX și cele N_2 spire ale înfășurării secundare ax , induce în acestea tensiunile electromotoare:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} = N_1 \omega \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \omega \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_{2m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$u_1 \approx e_1; \quad u_{20} = e_2.$$

- T.e.m. induse de fluxul Φ în înfășurarea primară și secundară, au frecvența tensiunii de alimentare și valori (instantanee și efective) dependente de numărul de spire al celor două înfășurări.

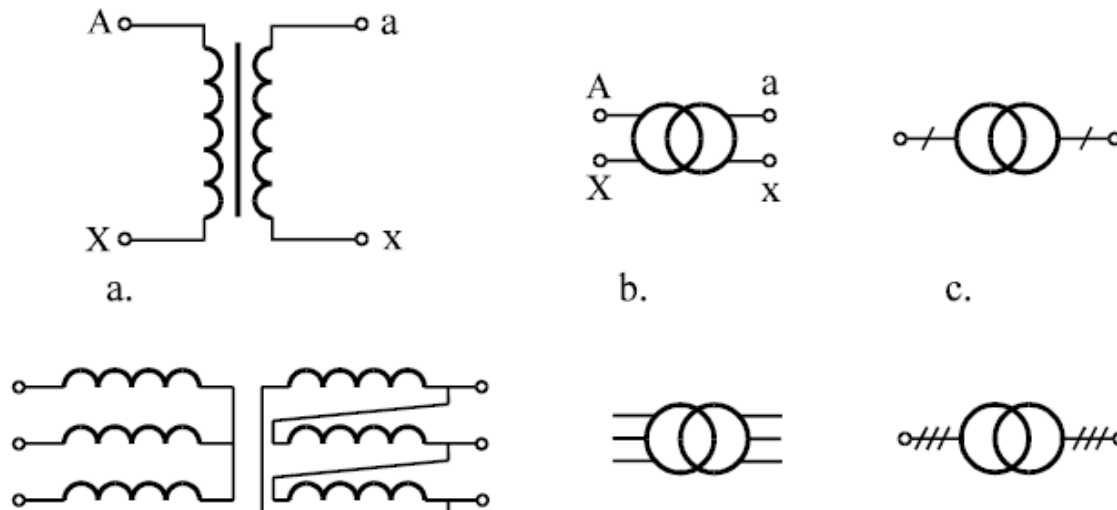
CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- Raportul tensiunilor primară și secundară de mers în gol se numește raport de transformare:

$$k = \frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

- Transformatorul poate fi coborâtor sau ridicător de tensiune, după cum $u_{20} < u_1$ ($k < 1$) respectiv $u_{20} > u_1$ ($k > 1$).



CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- 4.2.2 Mărimile nominale. Elemente constructive
- **Regimul nominal de funcționare** este regimul pentru care se proiectează transformatorul și este definit prin ansamblul valorilor mărimilor electrice înscrise pe plăcuța sa indicatoare, din care fac parte:
- **puterea nominală** - puterea aparentă la bornele circuitului secundar, pentru care nu sunt depășite limitele de încălzire admisibilă în regim nominal de funcționare.
- **tensiunea nominală primară** - tensiunea care trebuie aplicată la bornele înfășurării primare în regimul nominal de funcționare;
- **frecvența nominală** - frecvența tensiunii pentru care este construit transformatorul (în mod obișnuit $f_n = 50$ Hz).

CAPITOLUL 4

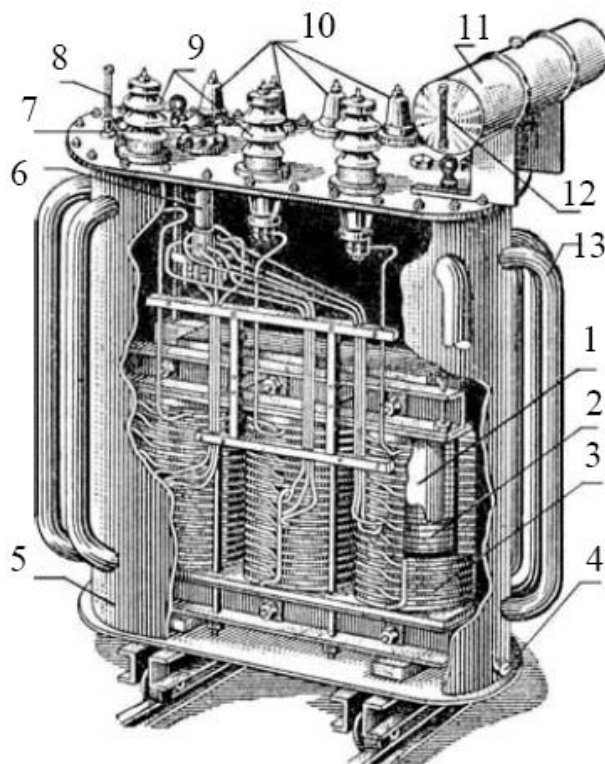
TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- **tensiunea nominală secundară** - tensiunea care rezultă la bornele înfășurării secundare, când transformatorul funcționează în gol, iar la bornele înfășurării primare se aplică tensiunea nominală (pentru transformatoare cu puteri mai mici de 10 kVA, tensiunea nominală secundară este tensiunea corespunzătoare curentului secundar nominal);
- **schema și grupa de conexiuni** ale înfășurărilor;
- **tensiunea de scurtcircuit nominală** - tensiunea care trebuie aplicată circuitului de înaltă tensiune al transformatorului pentru ca acesta să fie parcurs de curentul nominal, atunci când înfășurarea de joasă tensiune este legată în scurtcircuit;

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- **Construcția transformatorului** Elementele constructive principale ale transformatorului sunt: miezul feromagnetic, înfășurările, cuva cu ulei, izolatoarele de trecere etc.



- 1 - miezul transformatorului;
- 2 - înfășurare de joasă tensiune;
- 3 - înfășurare de înaltă tensiune;
- 4 - robinet;
- 5 - cuvă cu ulei;
- 6 - comutator;
- 7 - dispozitiv de acționare a comutatorului;
- 8 - termometru;
- 9 - izolatoare de trecere de înaltă tensiune;
- 10 - izolatoare de trecere de joasă tensiune;
- 11 - conservator;
- 12 - indicator nivel ulei;
- 13 - țevile radiatorului.

CAPITOLUL 4

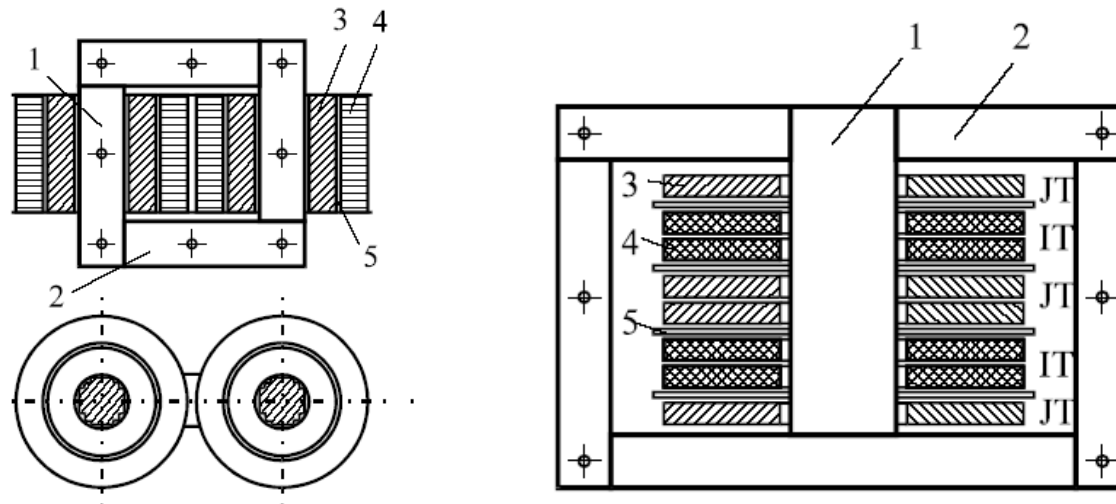
TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- **Miezul feromagnetic** are rolul de a mări cuplajul magnetic al înfășurărilor. Pentru a asigura o reluctanță magnetică de valoare cât mai redusă și pentru a micșora pierderile în fier, miezul este confecționat din tole cu grosimea de 0,3...0,5 mm, izolate cu lacuri, oxizi sau hârtie, executate din oțel electrotehnic aliat cu siliciu în proporție de până la 4,4%.
- Miezul este format din coloanele, pe care sunt așezate înfășurările transformatorului și jugurile, care servesc pentru închiderea circuitului magnetic. După modul în care sunt dispuse coloanele și jugurile se disting:

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- **transformatoare cu coloane** la care înfășurările se montează pe cele două coloane de aceeași secțiune
- **transformatoare în manta** la care înfășurările se montează pe coloana din mijloc iar jugurile, situate de ambele părți ale coloanei, sunt parcurse de jumătate din numărul liniilor de câmp din coloană și au secțiunea egală cu jumătate din secțiunea coloanei.



CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- **Înfășurările transformatorului** se execută din conductoare de cupru, cu secțiunea dreptunghiulară sau circulară, izolate cu email, bumbac sau mătase. Înfășurările de înaltă și joasă tensiune ale unui transformator se montează pe aceeași coloană, **concentric** sau **alternat**.
- **Înfășurările concentrice** se realizează sub forma unor bobine cilindrice, de aceeași înălțime, dar de diametre diferite și se dispun coaxial în jurul coloanei. Lângă coloană se plasează de regulă înfășurarea de joasă tensiune 3, iar deasupra ei înfășurarea de înaltă tensiune 4, care este, în acest mod, mai bine izolată față de miez. Înfășurările concentrice pot fi executate ca înfășurări cilindrice, spiralate, continue etc.

CAPITOLUL 4

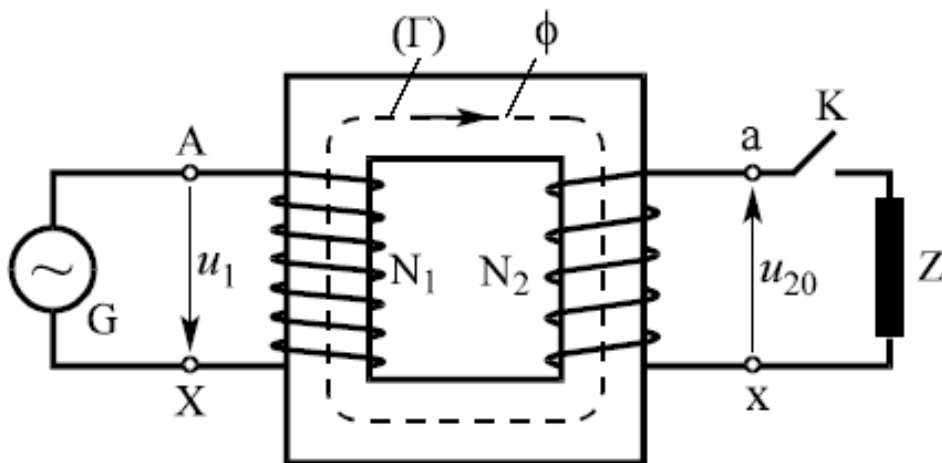
TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- **Înfășurările alternate** sunt formate din bobine de diametre egale și înălțimi reduse, numite galeți, dispuse alternativ pe înălțimea coloanei I. Înfășurările sunt izolate între ele (și față de miez) prin spații de aer sau ulei și straturi de preșpan, polivinil, hârtie specială sau
- **Cuva cu ulei** în care se introduce transformatorul, este un vas confecționat din tablă de oțel cu grosimea de câțiva mm. Cuva este etanșă, acoperită cu capac metalic pe care sunt montate izolatoarele de trecere de înaltă tensiune - 9 și de joasă tensiune - 10.
- **Izolatoarele de trecere**, fixate pe capacul cuvei, asigură izolarea în raport cu cuva a bornelor de legătură între înfășurările transformatorului și liniile de transport a energiei electrice.

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- 4.2.3 Funcționarea în gol a transformatorului monofazat
- Dacă circuitul secundar este deschis și înfășurării primare i se aplică o tensiune alternativă sinusoidală, transformatorul se comportă față de rețeaua de alimentare ca o bobină cu miez feromagnetic. Înfășurarea primară a transformatorului este parcursă de un curent sinusoidal echivalent, i_{10} , relativ mic, care determină solenația instantanee de funcționare în gol:



$$\theta_0 = N_1 i_{10} .$$

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- Aceasta creează și întreține în miezul transformatorului fluxul magnetic fascicular util ϕ . Fluxul înlanțuie ambele înfășurări ale transformatorului și are forma:

$$\phi(t) = \Phi_m \sin \omega t .$$

- În ipoteza neglijării căderilor de tensiune pe reactanța de dispersie (corespunzătoare fluxului de dispersie) și pe rezistența înfășurării primare, t.e.m. e_1 indusă de fluxul util ϕ în înfășurarea primară este practic egală cu tensiunea u_1 aplicată transformatorului. În același timp, din legea inducției electromagnetice, se poate calcula valoarea sa instantanee:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} = E_{1m} \sin(\omega t - \pi/2) \approx -u_1 . \quad e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} = E_{2m} \sin(\omega t - \pi/2) = u_{20} .$$

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- T.e.m. induse de fluxul ϕ în înfășurarea primară și, respectiv secundară, au frecvența tensiunii de alimentare și valorile (instantanee și efective) dependente de numărul de spire ale înfășurărilor.

$$E_1 = 4,44 f N_1 \Phi_m \approx U_1$$

$$E_2 = 4,44 f N_2 \Phi_m = U_{20}$$

- **4.2.5 Randamentul transformatorului**
- La funcționarea transformatorului în sarcină, înfășurarea primară absoarbe de la rețea puterea activă $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1$, iar înfășurarea secundară debitează către receptorul \underline{Z} puterea activă $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$.

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- Diferența dintre aceste două puteri, reprezintă pierderile de putere în transformator care înglobează pierderile în fier p_{Fe} , și pierderile în înfășurări (în circuitele electrice), p_j . Cu aceste precizări, bilanțul puterilor pentru transformator are expresia:

$$P_1 = P_2 + p_j + p_{Fe}.$$

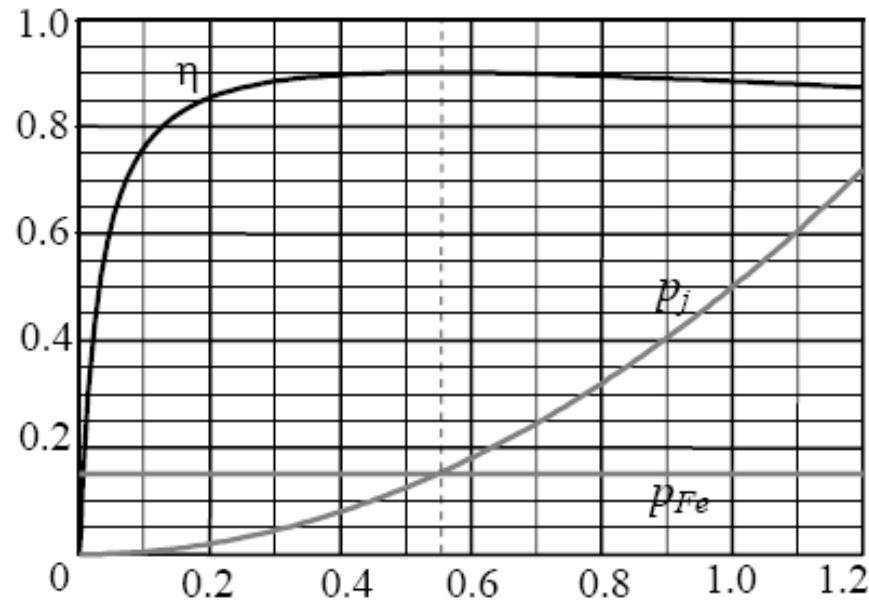
- Pierderile de putere în fier sunt determinate de curenții turbionari induși în miez și de fenomenul de histerezis, fiind dependente de pătratul inducției magnetice (implicit de pătratul tensiunii de alimentare U_1), de frecvență și de natura și greutatea miezului feromagnetic.
- Pierderile de putere în înfășurări, apar prin efectul Joule al curenților care circulă prin cele două circuite electrice ale transformatorului:

CAPITOLUL 4

TRANSFORMATOARE ELECTRICE

- Randamentul transformatorului se definește prin raportul dintre puterea utilă P_2 și puterea consumată P_1 :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$



$$\beta = \frac{P_2}{P_{2n}} \approx \frac{I_2}{I_{2n}} \approx \frac{I_1}{I_{1n}}$$