

Sebastian Teodor
ARĂDOAEI

Vasile
BAHRIN

TEORIA
CIRCUITELOR ELECTRICE I
ÎNDRUMAR DE LABORATOR

Editura Pim
2019

Prefață

Teoria circuitelor electrice este o disciplină tehnică și are ca obiect de studiu teoria și aplicațiile practice ale fenomenelor electrice din circuitele de curent continuu și curent alternativ.

Prezentul îndrumar de laborator îi ajută pe studenți să înțeleagă și să învețe să analizeze circuitele electrice prin studii experimentale (lucrări de laborator) prevăzute în programele analitice ale disciplinelor Teoria circuitelor electrice sau Bazele electrotehnicii, care au la bază următoarele obiective:

- însușirea normelor de protecție a muncii în instalațiile electrice și a tehnicilor privind acordarea primului ajutor în caz de accidente.

- verificarea pe cale experimentală a unor legi și teoreme specifice fenomenelor electrice;

- evidențierea funcționării receptoarelor electrice;

- inițierea viitorilor ingineri în tehnica măsurării unor parametri și mărimi electrice și magnetice;

Fiecare lucrare începe cu o parte introductivă, necesară înțelegerii fenomenelor studiate, urmată de partea experimentală a lucrării. Pentru buna desfășurare a lucrărilor de laborator, studenții au obligația de a parcurge aspectele teoretice și experimentale ale lucrării care o au de efectuat.

Specificul lucrărilor de laborator impune studenților o disciplină deosebită în timpul efectuării acestora pentru a nu se expune pericolului electrocutării și pentru a nu deteriora echipamentele de laborator.

Studenții trebuie să redacteze un referat pentru fiecare lucrare de laborator, referat ce trebuie să aibă următorul conținut:

- tematica lucrării și prezentarea succintă a elementelor teoretice necesare abordării temei studiate;

- schemele montajelor care se realizează în laborator;

- tabele cu date și rezultate experimentale prelucrate;

- reprezentările grafice și diagramele cerute în lucrare.

Cunoașterea și însușirea elementelor teoretice și practice prezentate în îndrumarul de laborator reprezintă o completare practică a conținutului științific predat la curs și constituie un avantaj evident pentru viitorul inginer practician care trebuie să fie capabil să aleagă din mai multe realizări competitive pe cea mai performantă, care să satisfacă anumite cerințe particulare.

Autorii,

Mărimi și unități de măsură folosite în electricitate și magnetism

A. Mărimi folosite în electricitate și magnetism

Mărime	Simbol	Unitate de măsură	Simbol
Sarcină electrică	q	Coulomb	C
Intensitate curent electric de conducție			
- valoare instantanee	i	Amper	A
- valoare efectivă (c.a.), și în c.c.	I	Amper	A
- valoare maximă	I_m	Amper	A
Densitate curent electric	J	Amper/metru pătrat	A/m ²
Potențial electric	V	Volt	V
Tensiune electrică			
- valoare instantanee	u	Volt	V
- valoare efectivă (c.a.), și în c.c.	U	Volt	V
- valoare maximă	U_m	Volt	V
Tensiune electromotoare			
- valoare instantanee	e	Volt	V
- valoare efectivă (c.a.), și în c.c.	E	Volt	V
- valoare maximă	E_m	Volt	V
Intensitate câmp electric	E	Volt/metru	V/m
Flux electric	ψ	Volt metru	Vm
Densitate flux electric	D	Coulomb/metru pătrat	C/m ²
Permitivitate dielectrică absolută	ε	Farad/metru	F/m
Permitivitate absolută a vidului	ε_0	Farad/metru	F/m
Permitivitate relativă	ε_r		
Capacitate electrică	C	Farad	F
Rezistență electrică	R	Ohm	Ω
Conductanță	G	Siemens	S
Rezistivitate	ρ	Ohm metru	Ωm
Conductivitate	σ	Siemens/metru	S/m
Moment magnetic	m	Amper×metru pătrat	Am ²

Magnetizația	M	Amper/metru	A /m
Flux magnetic total	ψ	Weber	Wb
Intensitate câmp magnetic	H	Amper/metru	A /m
Inducție magnetică	B	Tesla	T
Tensiune magnetică	u_m	Amper spire	Asp
Solenație, tensiune magnetomotoare	$\theta,$ u_{mm}	Amper spire	Asp
Permeabilitate magnetică absolută, permeabilitate magnetică a vidului, permeabilitate magnetică relativă	μ μ_0 μ_r	Henry/metru Henry/metru	H/m H/m
Susceptivitate magnetică	χ_m		
Inductanță (inductivitate) proprie, inductanță (inductivitate) mutuală	L M	Henry Henry	H H
Reluctanță	R_m	Amper/Weber	A / Wb
Permeanță	λ	Weber/amper	Wb/A
Impedanță	Z	Ohm	Ω
Reactanță	X	Ohm	Ω
Admitanță	Y	Siemens	S
Susceptanță	B	Siemens	S
Perioadă	T	Secunde	s
Frecvență	f	Hertz	Hz
Pulsație	ω	Radiani/secundă	rad/s
Putere electrică (c.c.), putere activă (c.a.)	P	Watt	W
Putere reactivă	Q	Volt amper reactiv	VAr
Putere aparentă	S	Volt amper	VA
Energie electrică (c.c.), energie activă (c.a.)	W	Joule	J
Forță electrostatică, forță electromagnetică	F	Newton	N
Cuplu	M	Newton metru	Nm

B. Unități de măsură din SI folosite în electricitate și magnetism

U.M.	Definiție
Amperul [A]	Intensitatea curentului constant, menținut în două conductoare paralele, rectilinii, de lungime infinită și secțiune circulară neglijabilă, situate în vid la distanța de 1 m unul de altul, care produce între acești conductori forța de $2 \cdot 10^{-7}$ N pe metru de lungime.
Coulomb [C]	Cantitatea de electricitate transportată, în timp de 1s, de un curent constant de 1 A.
Volt [V]	Tensiunea electrică între două puncte ale unui conductor prin care trece curentul constant de 1A, când puterea disipată între aceste puncte este de 1 W.
Volt pe metru, [V/m]	Intensitatea câmpului electric care determină o forță de 1N asupra unei sarcini electrice punctiforme de 1C.
Farad [F]	Capacitatea condensatorului electric care încărcat cu sarcina de 1C determină tensiunea de 1V între armăturile sale.
Ohm [Ω]	Rezistența electrică între două puncte ale unui conductor, când tensiunea constantă de 1V aplicată între aceste puncte produce în conductor un curent de 1A, conductorul nefiind sediul altor tensiuni electromotoare.
Weber [Wb]	Fluxul inducției magnetice care străbătând aria unei spire, produce în acea spiră o tensiune electromotoare de 1V când fluxul scade, liniar, la zero în timp de 1s.
Tesla [T]	Inducția magnetică a câmpului magnetic uniform care produce un flux magnetic de 1 Wb printr-o suprafață normală de 1 m ² .
Amper pe metru, [A/m]	Intensitatea câmpului magnetic în centrul unei spire circulare având diametrul de 1m și fiind străbătută de curentul de 1 A.
Amper spiră [Asp]	Tensiunea magnetomotoare produsă de o spiră parcursă de curentul electric de 1 A.
Henry [H]	Inductanța unei spire parcursă de curentul de 1A care produce prin aria spirei un flux magnetic de 1 Wb.

Lucrarea 1

Reguli de bună practică, norme de protecția muncii și de prevenirea și stingerea incendiilor în laboratorul de teoria circuitelor electrice

1.1 Reguli de bună practică

Pentru desfășurarea în bune condiții a lucrărilor practice de laborator, studenții vor respecta următoarele reguli privind securitatea muncii în laborator:

1. Studenții vor avea acces în laborator numai cu acordul cadrului didactic.
2. Fiecare student se va deplasa la locul unde va executa lucrarea și nu-l va părăsi decât dacă acest lucru este impus de specificul lucrării.
3. Este interzisă manipularea fără rost a echipamentelor de la tablourile de comandă și distribuție (butoane, comutatoare, siguranțe etc.).
4. La executarea montajelor se va urmări ca întrerupătorul de pe masa de lucru să fie în poziția deschis, iar dispunerea aparatelor și a instrumentelor de măsură să se facă astfel încât să poată fi ușor manevrate.
5. Legăturile electrice trebuie să asigure un contact ferm.
6. Se va realiza legarea la pământ a aparatelor și a instalațiilor care necesită acest lucru înainte de începerea lucrării practice.
7. Punerea în funcțiune a montajului sau a schemei electrice se va face numai după verificarea acesteia de către cadrul didactic îndrumător.
8. Este interzisă modificarea montajului aflat sub tensiune.
9. Este interzisă atingerea părților metalice aflate sub tensiune.
10. La terminarea lucrării se va întrerupe tensiunea și, numai după aceea, se vor desface legăturile montajului.
11. La orice defecțiune apărută în instalația electrică în timpul lucrului se va scoate imediat instalația de sub tensiune și se va anunța cadrul didactic îndrumător.
12. Este interzis studenților accesul la instalația electrică situată în spatele tablourilor de distribuție.
13. Jocurile și / sau glumele cu orice fel de aparatură sunt complet interzise.
14. Este interzis accesul cu lichide sau consumul acestora în laborator.
15. Este interzis accesul cu substanțe inflamabile.
16. Este interzis fumatul, inclusiv electronic.

Prezentele reguli se prelucrează cu toți studenții în prima ședință de laborator la care sunt prezenți. Toți studenții vor semna de luarea la cunoștință a normelor prezentate și le vor respecta obligatoriu pe parcursul desfășurării tuturor lucrărilor de laborator.

1.2 Desfășurarea lucrărilor de laborator

Având în vedere faptul că se lucrează cu montaje sub tensiune, se cere din partea studenților o disciplină deosebită în timpul efectuării lucrărilor de laborator.

Înainte de abordarea lucrării studenții trebuie să aibă cunoștințe teoretice complete asupra componentelor și circuitelor cu care urmează a efectua lucrarea experimentală. Numai astfel se creează premisele pentru atingerea obiectivelor comportamentale. Înainte de a începe lucrarea propriu-zisă studenții vor fi chestionați.

Reîmprospătarea cunoștințelor teoretice poate fi realizată de către cadrul didactic printr-o scurtă prezentare, discuții cu studenții, studiul individual bazat pe notițe sau alte mijloace de învățare.

Parte experimentală a lucrărilor de laborator va fi realizată cu referatul în față oferind posibilitatea studenților de a se orienta într-o situație nouă, bazându-se numai pe cunoștințele teoretice, principii de bază și deprinderi de a lucra cu montaje electrice.

Montajele experimentale ce se vor realiza în cadrul lucrării vor fi verificate, corectate și comentate în prezența cadrului didactic.

După efectuarea montajului și punerea lui sub tensiune se vor ridica datele experimentale conform indicațiilor din îndrumar.

Fiecare student trebuie să întocmească un referat asupra lucrării de laborator executate, iar acesta trebuie, în principiu, să conțină:

- denumirea lucrării;
- o expunere succintă a considerațiilor teoretice pe care se bazează lucrarea;
- schemele montajelor ce se execută în laborator;
- tabelele cu datele și rezultatele experimentale prelucrate;
- diagrame cerute în lucrare, trasate îngrijit la scară.

Pe baza acestor referate, apare posibilitatea evaluării studenților la lucrarea de laborator și pot fi observate greșelile care denotă neînțelegerea unor aspecte. Dacă toate rezultatele sunt corecte se poate cere argumentarea acestora pentru a fixa cunoștințele și deprinderile acumulate.

1.3 Norme de protecția muncii în laborator

Prin noțiunea de protecția muncii se înțelege ansamblul de măsuri tehnice, sanitare, organizatorice și juridice aplicate pentru ocrotirea sănătății și vieții oamenilor ce desfășoară o activitate organizată și face parte integrantă din procesul muncii.

Scopul protecției muncii îl constituie prevenirea accidentelor de muncă și a bolilor profesionale prin măsuri menite să elimine, să evite sau să diminueze acțiunea factorilor de risc asupra organismului uman.

Încălcarea dispozițiilor legale privind protecția muncii și normele PSI atrage după sine răspunderea disciplinară, administrativă, materială sau penală, după caz, potrivit legii.

Electrocutarea reprezintă un accident fatal datorat curentului electric ce străbate corpul și acționează asupra centrilor nervoși și a mușchilor provocând electrotraumatisme ce pot avea consecințe foarte grave. Accidentele electrice au un caracter periculos pentru că tensiunile electrice nu pot fi sesizate de organele de simț ale omului și pentru că se produc instantaneu, înainte de a fi posibilă orice reacție reflexă de apărare.

Electrocutarea se produce când curentul electric străbate corpul uman, acesta având două puncte de contact, cu mase sau conductoare electrice aflate la potențiale diferite, prin care se poate închide un circuit.

Electrocutarea se poate produce în mai multe moduri:

- atingere directă: atingerea unui element neizolat din circuitele de lucru;
- atingere indirectă: atingerea unui element metalic aflat accidental sub tensiune, simultan cu atingerea unui obiect bun conducător de electricitate aflat în contact cu pământul;
- tensiunea de pas: se produce la atingerea simultană a două puncte de pe sol aflate la potențiale diferite.

Se consideră periculos:

- **un curent continuu cu intensitatea mai mare de 50 mA;**
- **un curent alternativ cu intensitatea mai mare de 10 mA** ($f = 50 \dots 60$ Hz);
- **un interval de timp** de acțiune a curentului asupra corpului omenesc mai mare de 0,2 s, în instalațiile electrice de joasă tensiune, iar în cazul instalațiilor electrice de înaltă tensiune mai mare de 0,1 s.

Măsuri de prim ajutor

În vederea acordării primului ajutor în caz de accident, trebuie să se întreprindă următoarele acțiuni:

- se înlătură pericolul;
- se cheamă salvarea, pompierii, etc.;
- se acordă cele mai simple îngrijiri posibile;
- se asigură cele mai bune condiții pentru accidentat;
- se organizează transportul rapid al accidentatului.

Un accidentat prin electrocutare trebuie scos cât mai repede posibil de sub acțiunea curentului electric. Efectul curentului electric asupra accidentatului provoacă:

- oprirea respirației sau a inimii cu sau fără pierderea conștiinței;
- arsuri, care pot fi: localizate, chiar profunde, dar care afectează doar o mică suprafață a corpului; arsuri întinse, generalizate, pe o mare parte din suprafața corpului.

Scoaterea de sub acțiunea curentului electric se va executa imediat, prin oprirea alimentării cu tensiune a instalației la care s-a produs accidentul, prin dispozitivele de întrerupere din imediata apropiere a accidentatului. ***Nu se abandonează niciodată acțiunea de aducere la viață a victimei înainte de a se cunoaște cert starea sa.*** Readucerea la viață prin respirație artificială se poate face prin:

- respirație gură la gură sau gură la nas;
- respirație cu ajutorul aparatelor speciale;
- respirație artificială manuală;
- procedee complementare de reanimare.

1.4 Măsurile de prevenire și stingere a incendiilor

În timpul exploatării echipamentelor electrice, pe lângă pericolul electrocutării, curentul electric poate provoca incendii, datorită încălzirii aparatului electric în timpul funcționării, în timpul scurtcircuitului sau a suprasarcinilor.

Arcul electric sau încălzirea excesivă a instalației electrice produse în urma unor deranjamente la instalația electrică pot provoca arsuri personalului sau pot determina aprinderea prafului aglomerat sau a amestecului gazelor din atmosfera încăperii.

Pentru prevenirea pericolului de aprindere din cauza scânteilor și a supraîncălzirii, trebuie luate următoarele măsuri:

- părțile din clădiri și părțile din echipamente care sunt expuse acțiunii arcului electric trebuie să fie neinflamabile;
- siguranțele, întrerupătoarele și alte aparate asemănătoare, care în timpul exploatării pot provoca întreruperea curentului electric, trebuie acoperite cu carcase;
- părțile reostatelor și ale celorlalte aparate care se încălzesc în timpul funcționării trebuie montate pe socluri izolate termic;
- pentru a se putea interveni cu eficacitate în caz de incendiu, se recomandă ca în fiecare laborator să existe extincitoare cu CO₂;

Este interzisă folosirea apei la stingerea incendiilor în instalațiile electrice, deoarece prezintă pericol de electrocutare și determină extinderea defecțiunii.

În cazul declanșării unui incendiu în laborator, în timpul orelor de aplicații, studenții vor anunța cadrul didactic care va acționa în vederea limitării și stingerii incendiului prin întreruperea alimentării cu electricitate și va dispune evacuarea și salvarea persoanelor și a bunurilor materiale. Dacă cadrul didactic nu va putea stinge incendiul acesta va recomanda studenților părăsirea laboratorului, iar aceștia, fără a se panica și fără a-și strânge bunurile personale din laborator, vor evacua laboratorul.

Lucrarea 2

Măsurarea tensiunii electrice și a potențialului electric

2.1 Considerații teoretice

Pentru ca un electron să fie pus în mișcare, în interiorul unui conductor, într-o anumită direcție este necesar realizarea unui lucru mecanic. Acest lucru mecanic este efectuat de o forță electromotoare și este cunoscut sub numele de **tensiune**. Într-un circuit electric sursa de energie constituie "forța" care pune în mișcare sarcinile electrice.

$$\bar{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{q} \quad (2.1)$$

$$L = \int \bar{F}_e \cdot d\bar{l} = q \int \bar{E} \cdot d\bar{l} \quad (2.2)$$

Dacă se alege un punct de referință G, ca în fig. 2.1, pentru definirea tensiunilor se poate defini o altă mărime numită **potențial electric**. Astfel potențial electric v_A al unui punct A reprezintă lucru mecanic necesar deplasării unei sarcini unitare din punctul A în punctul G.

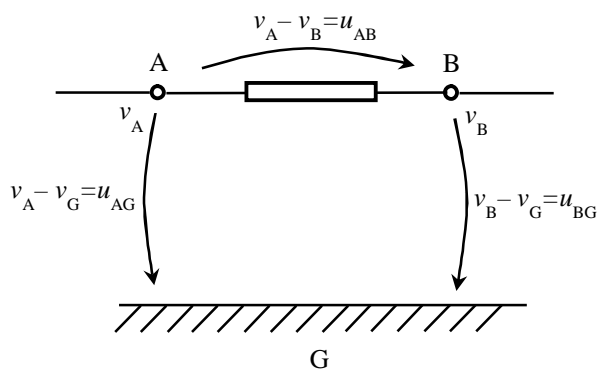


Fig. 2.1 Porțiune de circuit

$$v_A = \int_G^A \bar{E} \cdot d\bar{l} \quad (2.3)$$

$$v_A - v_G = \int_G^A \bar{E} \cdot d\bar{l} \quad (2.4)$$

În mod analog se procedează și cu potențialul punctului B:

$$v_B = \int_G^B \bar{E} \cdot d\bar{l} \quad (2.5)$$

$$v_B - v_G = \int_G^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (2.6)$$

Fiecare punct al unui circuit este caracterizat de potențialul său electric v , (mărimă scalară care se măsoară în Volți) considerat față de un punct ales drept de referință.

Cu aceste considerații se poate demonstra că *tensiunea electrică între punctele A și B reprezintă diferența dintre potențialele lor*:

$$v_A - v_G = u_{AB} \quad (2.7)$$

Unitatea de măsură pentru potențialul electric este voltul [V].

$$v_A - v_G = u_{AB} = \frac{L}{q}, \quad V = \frac{J}{C} \quad (2.8)$$

Sensul pozitiv convențional ales pentru tensiunea electrică dintre două puncte sau borne ale unui circuit este de la punctul de potențial mai ridicat către punctul de potențial mai coborât.

Tensiunea este o mărime care se definește în raport cu două puncte ale unui circuit. Noțiunea de tensiune într-un punct nu are sens.

2.2 Procedeu experimental

Se va realiza montajul din fig. 2.2. a) cu ajutorul platformelor cu rezistențe aflate pe fiecare masă de lucru. Se vor măsura trei rezistoare cu ajutorul multimetrului și se vor trece în tabelul 2.1. Cele trei rezistoare au valori diferite și sunt legate în circuit serie, între borna A și borna D. Circuitul va fi alimentat cu o tensiune continuă de valoare $U = 3 \div 8V$ prin bornele A și D.

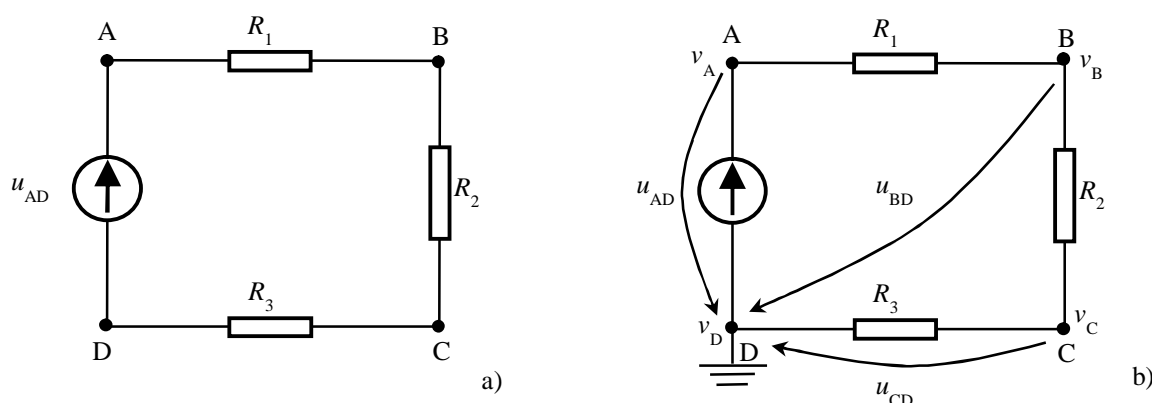


Fig. 2.2 a) Circuitul electric propus, b) Circuitul electric propus având borna D drept referința de potențial zero

Inițial, se va considera punctul D drept punct de referință zero, $v_D = 0$. Se va măsura diferența de potențial între punctele $A \rightarrow D$, $B \rightarrow D$, $C \rightarrow D$, apoi se va măsura și calcula tensiunile de la bornele rezistoarelor R_1 , R_2 , R_3 . Toate datele se vor trece în tabelul 2.1.

Apoi, se va considera punctul C drept punct de referință zero, $v_B=0$. Se măsoară diferența de potențial între punctele $A \rightarrow C$, $B \rightarrow C$, $D \rightarrow C$, apoi se măsoară și se calculează tensiunile de la bornele rezistoarelor R_1 , R_2 , R_3 .

Ulteriori, se va considera punctul B, respectiv A punct de referință zero. Se vor măsura diferențele de potențial între punctele și se vor măsura și se calculează tensiunile de la bornele rezistoarelor R_1 , R_2 , R_3 .

Tabelul 2.1

Nr.	Mărimi cunoscute						
	$u_{AD} =$ [V]	$R_1 =$ [Ω]	$R_2 =$ [Ω]	$R_3 =$ [Ω]			
	Mărimi măsurate						
1.	$v_D=0$	$u_{AD} =$ [V]	$u_{BD} =$ [V]	$u_{CD} =$ [V]	$u_{R_1} =$ [V]	$u_{R_2} =$ [V]	$u_{R_3} =$ [V]
2.	$v_C=0$	$u_{AC} =$ [V]	$u_{BC} =$ [V]	$u_{DC} =$ [V]	$u_{R_1} =$ [V]	$u_{R_2} =$ [V]	$u_{R_3} =$ [V]
3.	$v_B=0$	$u_{AB} =$ [V]	$u_{CB} =$ [V]	$u_{DB} =$ [V]	$u_{R_1} =$ [V]	$u_{R_2} =$ [V]	$u_{R_3} =$ [V]
4.	$v_A=0$	$u_{BA} =$ [V]	$u_{CA} =$ [V]	$u_{DA} =$ [V]	$u_{R_1} =$ [V]	$u_{R_2} =$ [V]	$u_{R_3} =$ [V]

Lucrarea 3

Studiul circuitelor de curent continuu cu rezistoare liniare conectate în serie și în paralel

3.1 Considerații teoretice

Pentru porțiunea AB a circuitului electric din fig 2.1, în baza legii lui Ohm, intensitatea curentului electric este direct proporțională cu tensiunea u la bornele rezistorului și invers proporțională cu rezistența acestuia, R :

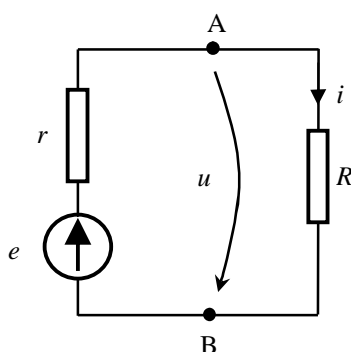


Fig. 3.1 Circuit electric

$$i = \frac{u}{R} \quad (3.1)$$

Când se consideră întregul circuit electric, intensitatea curentului este direct proporțională cu t.e.m. a sursei de energie, e , și invers proporțională cu rezistența totală a circuitului:

$$i = \frac{e}{R + r} \quad (3.2)$$

Din relația (3.2), în care r este rezistența internă a sursei, rezultă:

$$e = Ri + ri = u + ri, \quad u = e - ri \quad (3.3)$$

unde $u = Ri$ și ri sunt căderile de tensiune pe circuitul exterior, respectiv pe rezistența internă a sursei.

La scurtcircuitarea bornelor AB, rezistența R tinde la 0 și curentul prin circuit este maxim, fiind limitat doar de rezistența internă a sursei:

$$i = \frac{e}{R} \quad (3.4)$$

În cazul când circuitul electric se întrerupe, intensitatea curentului este egală cu zero (rezistența R tinde la infinit) și rezultă relația:

$$u = e \quad (3.5)$$

3.2 Conectarea în serie a rezistoarelor electrice

Calculul circuitelor electrice ramificate (rețele electrice) se poate simplifica prin utilizarea unor scheme electrice echivalente. Pentru ca o schemă să fie echivalentă unui circuit este necesar ca în bornele de acces omoloage ale circuitului și ale schemei atât potențialele, cât și intensitățile curenților să aibă aceleași valori.

În general, rezistența electrică echivalentă corespunzătoare unei grupări de rezistoare este egală cu raportul dintre tensiunea aplicată la bornele grupării, u , și intensitatea curentului absorbit, i :

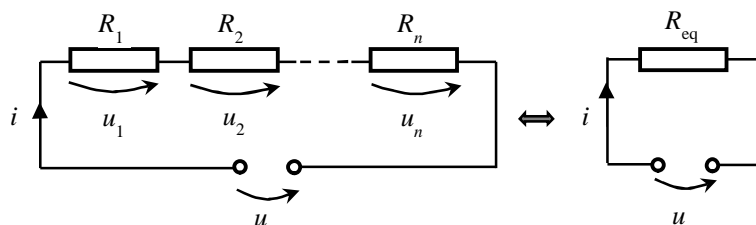


Fig. 3.2 Conexiunea serie a rezistoarelor

$$R_{\text{eq}} = \frac{u}{i} \quad (3.6)$$

Rezistoarele conectate în serie fig. 3.2 sunt parcurse de același curent. Tensiunea aplicată la bornele circuitului reprezintă suma căderilor de tensiuni corespunzătoare rezistoarelor care formează gruparea:

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad (3.7)$$

unde $u_1 = R_1 i$, $u_2 = R_2 i$, ..., $u_n = R_n i$

Relația (3.7) poate fi scrisă în forma:

$$u = R_1 i + R_2 i + \dots + R_n i \quad (3.8)$$

În baza relațiilor (3.6) și (3.8) se poate calcula rezistența echivalentă a circuitului constituit din rezistoare conectate în serie:

$$R_{\text{eq}} = \sum_{k=1}^n R_k \quad (3.9)$$

3.3 Conectarea în paralel a rezistoarelor electrice

Rezistoarele conectate în derivație (paralel) au la borne aceeași tensiune fig. 3.3. Aplicând în nodul A prima teoremă a lui Kirchoff se obține relația:

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n \quad (3.10)$$

unde:

$$i_1 = \frac{u}{R_1}, \quad i_2 = \frac{u}{R_2}, \dots, \quad i_n = \frac{u}{R_n}, \quad (3.11)$$

sunt curenții electrici prin laturile circuitului.

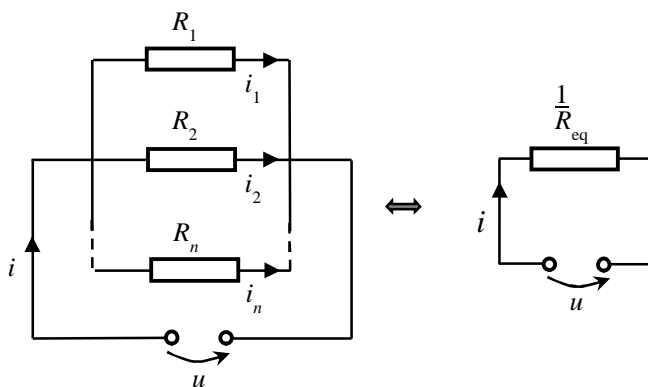


Fig. 3.3 Conexiunea paralel a rezistoarelor

Introducând expresiile (3.11) ale curenților electrici în relația (3.10), rezultă:

$$i = u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = u \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (3.12)$$

În baza relațiilor (3.6) și (3.12) se obține rezistența echivalentă rezistoarelor conectate în derivație:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (3.13)$$

În cazul rezistoarelor electrice conectate în derivație (paralel), fiecărui rezistor i se poate calcula conductanța ($G_k = 1/R_k$).

Conductanța echivalentă unor conductanțe conectate în derivație este egală cu suma conductanțelor: $G_{eq} = \sum G_k = 1/R_{eq}$.

3.4 Procedeu experimental

Se va realiza montajul din fig. 3.4 a) cu ajutorul platformelor cu rezistențe aflate pe fiecare masă de lucru. Se va măsura fiecare rezistor cu ajutorul multimetrului și se vor trece valorile în tabelul 3.1.

Se va calcula rezistența echivalentă și apoi se va verifica valoarea acesteia prin măsurarea cu multimetru la bornele circuitului.

Se va aplica circuitului o tensiune continuă $u = 6 \text{ V}$ și apoi se va măsura curentul prin circuit. Se va aplica legea lui Ohm:

$$R_{\text{eq}} = \frac{u}{i} \quad (3.14)$$

și se va constata dacă valoarea R_{eq} calculată cu legea lui Ohm este aceeași cu cea măsurată și calculată anterior. Toate datele se vor trece în tabelul 3.1.

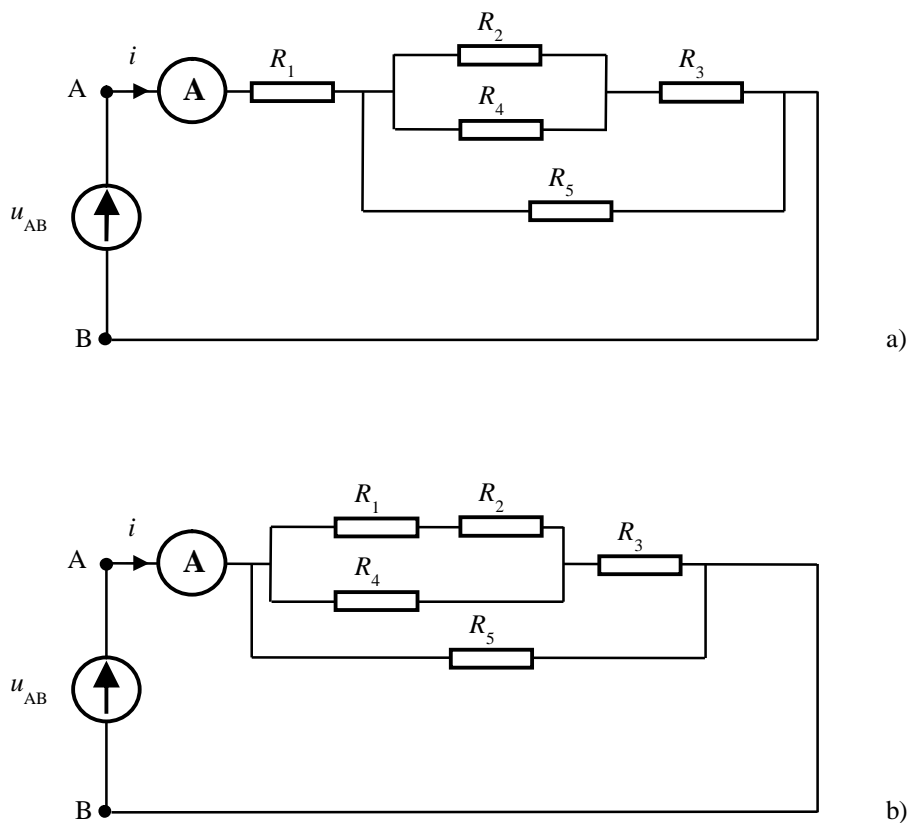


Fig. 3.4 Circuite electrice

Tabelul 3.1

Circuit	Valori măsurate						
	$R_1 =$ [Ω]	$R_2 =$ [Ω]	$R_3 =$ [Ω]	$R_4 =$ [Ω]	$R_5 =$ [Ω]	$u =$ [V]	$i =$ [A]
	Mărimi calculate						
a)	$R_{\text{eq calc.}} =$ [Ω]		$R_{\text{eq măs.}} =$ [Ω]		$R_{\text{eq}} = u/i =$ [Ω]		
b)	$R_{\text{eq calc.}} =$ [Ω]		$R_{\text{eq măs.}} =$ [Ω]		$R_{\text{eq}} = u/i =$ [Ω]		

Lucrarea 4

Verificarea teoremelor lui Kirchhoff

4.1 Teorema I a lui Kirchhoff

Teorema I a lui Kirchhoff este denumită și ecuația lui Kirchhoff *pentru noduri*. Se numește **nod** punctul de conexiune a cel puțin trei elemente de circuit (surse și consumatori). Dacă numărul elementelor de circuit este mai mic de trei atunci este un nod fictiv (punct de conexiune).

Legea conservării sarcinii indică faptul că în orice suprafață închisă Σ sarcina se conservă:

$$q_{\Sigma} = \iiint_{V_{\Sigma}} \rho_v dV_{\Sigma} = \text{constant} \quad (4.1)$$

Întrucât curentul electric ($i_{\Sigma} = -\frac{dq_{\Sigma}}{dt}$) redă viteza de scădere a sarcinii din suprafața Σ rezultă că în orice suprafață închisă curentul este nul $i_{\Sigma} = 0$.

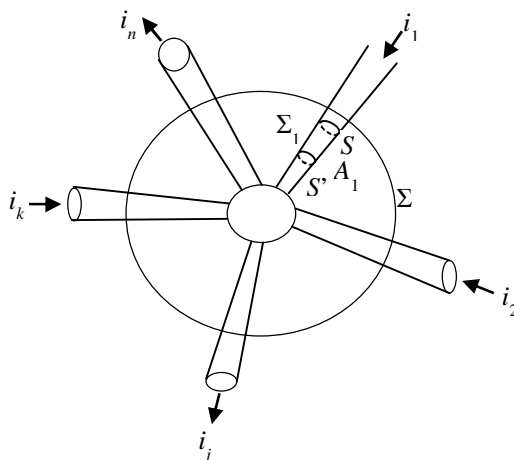


Fig. 4.1 Suprafața închisă Σ și Σ_1

Teorema I a lui Kirchhoff (T I K): *Curentul prin orice suprafață închisă este nul.*

Pentru demonstrarea teoremei I a lui Kirchhoff se consideră suprafețele închise Σ și Σ_1 , fig. 4.1. Pe Σ_1 definită de suprafețele reunite $S \cup S' \cup A_1$ (A_1 - aria laterală a conductorului)

$$i_{\Sigma_1} = 0, \quad i_S + i_{S'} + i_{A_1} = 0 \quad (4.2)$$

În relația de mai sus suma curenților este o sumă algebrică, deoarece curentul este un flux a densității de curent prin orice suprafață S ($i_1 = \int_S \vec{J}_1 \cdot d\vec{A}$).

Asociind un sens de trecere acestor curenți și ținând cont de orientarea suprafeței închise, fig.4.1, elementul de suprafață orientat spre exterior $d\vec{A} = \vec{n} dA$ ($S \in \Sigma$), rezultă semnul curenților pe fiecare suprafață deschisă astfel:

- prin S unghiul dintre densitatea de curent și versorul suprafeței este $(\vec{j}, \vec{n}) = \pi \Rightarrow i_s$ este negativ;

- prin S' unghiul dintre densitatea de curent și versorul suprafeței este $(\vec{j}, \vec{n}) = 0 \Rightarrow i_{s'}$ este pozitiv;

- prin A_1 unghiul dintre densitatea de curent și versorul suprafeței este $(\vec{j}, \vec{n}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow i_{A_1} = 0$

În concluzie, forma matematică a teoremei I a lui Kirchhoff pe suprafața Σ_1 este:

$$-i_s + i_{s'} = 0 \quad (4.3)$$

Pe suprafața Σ există curent numai la intersecția suprafeței Σ cu planul conductoarelor. Conform regulii stabilite, **forma matematică a teoremei I a lui Kirchhoff** pe această suprafață este:

$$-i_1 - i_2 + i_j - i_k + i_n = 0 \quad (4.4)$$

A doua formulare a teoremei I a lui Kirchhoff: Suma algebrică a intensităților curenților electrici din laturile concurente unui nod este nulă.

Curenții ce intră în nod sunt negativi, iar cei ce ies din nod sunt pozitivi.

Asocierea sensurilor de referință pentru curenți. Sensul de referință al unei mărimi scalare definite printr-o integrală de suprafață S ce se sprijină pe o curbă închisă este sensul normalei exterioare \vec{n} la acea suprafață.

4.2 Teorema a II-a a lui Kirchhoff

Tensiunea, conform enunțului, este $u_b = \int_1^2 \vec{E} d\vec{S} = v_1 - v_2$ și reprezintă tensiunea la bornele unei laturi. Se consideră un contur închis m (o buclă) format din n laturi, fig. 4.2.

Notând cu v_k potențialele atașate nodurilor k , tensiunea la bornele laturii j este:

$$u = \int_k^{k+1} \vec{E} d\vec{l} = v_k - v_{k+1} \quad (4.5)$$

Întrucât circulația intensității câmpului electric coulombian este nulă pe orice contur: $\oint_{\Gamma} \vec{E}_c d\vec{l} = 0$, rezultă, prin înlocuire, funcție de potențialul bornelor laturilor, următoarea relație:

$$v_1 - v_2 + v_2 - v_3 + \dots + v_k - v_{k-1} + \dots = u_{12} + u_{23} + \dots + u_{k-1,k} + \dots = 0 \Rightarrow \sum_{j \in [m]} u_j = 0 \quad (4.6)$$

Teorema a II-a a lui Kirchhoff: *Suma tensiunilor la bornele elementelor de circuit (bornele laturilor) ce aparțin unei bucle este nulă.*

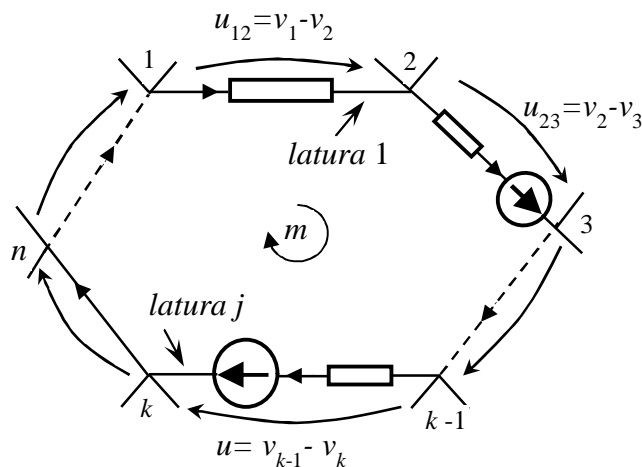


Fig. 4.2 Contur de circuit închis, m (bucă) format din n laturi

A doua formulare a teoremei a II-a a lui Kirchhoff rezultă din înlocuirea tensiunii la bornele laturilor cu dependența acestora de sursele și consumatorii existenți în latură.

Se consideră latura j în care există o sursă e_j și rezistența R_j . Se asociază sensul curentului prin latură identic cu sensul sursei, fig. 4.3 și se construiește un contur închis format din latura j și tensiunea la borne u_{bj} .

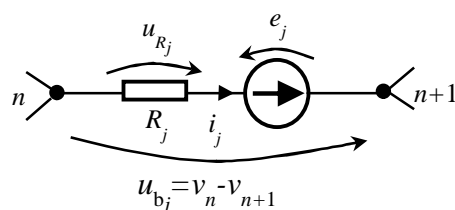


Fig. 4.3 Contur închis de circuit format din latura j și tensiunea la borne u_{bj} .

Ecuția Joubert a laturii j

Se poate scrie relația:

$$v_n - v_{n+1} + e_j = R_j i_j \quad (4.7)$$

denumită **ecuația Joubert** a laturii j . Această ecuație exprimă dependența dintre tensiunea la borne, tensiunea electromotoare și căderea de tensiune pe o latură j .

Înlocuind ecuația Joubert în teorema a II-a a lui Kirchhoff $\sum_{j \in (m)} u_{bj} = 0$, rezultă:

$$\sum_{j \in (m)} (R_j i_j - e_j) = 0 \quad (4.8)$$

sau:

$$\sum_{j \in (m)} e_j = \sum_{j \in (m)} R_j i_j \quad (4.9)$$

A doua formulare a teoremei a II-a a lui Kirchhoff: Pe orice buclă suma t.e.m este egală cu suma căderilor de tensiune pe elemente pasive.

Asocierea sensului de referință pentru tensiuni. Sensul de referință al unei mărimi scalare definite printr-o integrală de linie este sensul de parcurgere al curbei.

4.3 Procedeu experimental

Se va realiza montajul din fig. 4.3 cu ajutorul platformelor cu rezistențe și multimetrelor aflate pe fiecare masă de lucru. Se vor măsura fiecare rezistor cu ajutorul multimetrului și se vor trece în tabelul 4.1. Circuitul va fi alimentat de două surse de curent continuu $e_1 = 6\text{ V}$ și $e_2 = 4\text{ V}$.

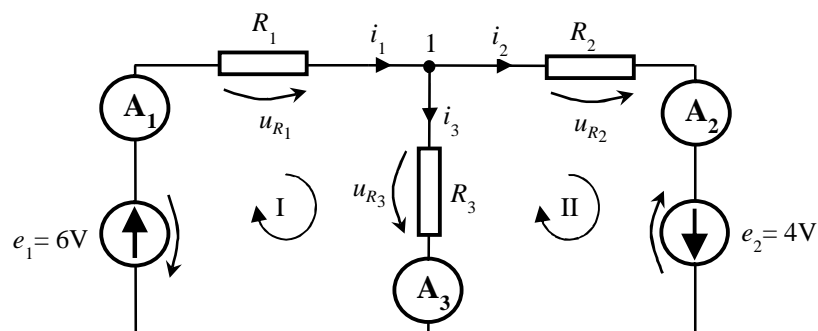


Fig. 4.3 Circuit electric

Se vor stabili numărul de laturi și numărul de noduri și apoi se vor stabili sensurile curenților în laturi și sensul căderilor de tensiune pe laturi. Se va alege un sens arbitrar de parcurgere a buclei I și respectiv al buclei II pentru a se putea scrie ecuațiile buclelor conform teoremelor lui Kirchhoff.

$$\begin{cases} \text{(I)} & -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ \text{(I)} & u_{R_1} + u_{R_2} - e = 0 \Rightarrow i_1, i_2, i_3 \\ \text{(II)} & u_{R_3} - e - u_{R_2} = 0 \\ & u = Ri \end{cases}$$

Se vor calcula intensitățile curenților prin laturi și apoi se vor compara rezultatele obținute prin calcul cu cele măsurate, cu multimetru, pe circuit.

Tabelul 4.1

Valori măsurate									
$R_1 =$	$[\Omega]$	$R_2 =$	$[\Omega]$	$R_3 =$	$[\Omega]$	$e_1 = 6$	$[\text{V}]$	$e_2 = 4$	$[\text{V}]$
$i_1 =$	$[\text{A}]$	$i_2 =$	$[\text{A}]$	$i_3 =$	$[\text{A}]$				
Mărimi calculate									
$i_1 =$	$[\text{A}]$	$i_2 =$	$[\text{A}]$	$i_3 =$	$[\text{A}]$				
$u_{R_1} =$	$[\text{V}]$	$u_{R_2} =$	$[\text{V}]$	$u_{R_3} =$	$[\text{V}]$				

Lucrarea 5

Studiul dipolului pasiv linear în curent continuu

5.1 Considerații teoretice

Dipolul electric (circuitul uniport) este un circuit electric cu două borne de acces, ale cărei laturi interioare nu prezintă cuplaje magnetice cu exteriorul. După natura elementelor care se regăsesc în structura lor, dipolii electrici pot fi:

- pasivi (conțin elemente pasive de circuit electric: rezistoare, bobine, capacități);
- activi (conțin și surse de energie).

O linie de distribuție a energiei sau de telecomunicație fig. 5.1 a) de tensiune relativ redusă, poate fi studiată ca un dipol fig. 5.1 b) dacă se neglijează curenții de dispersie prin izolația liniei.

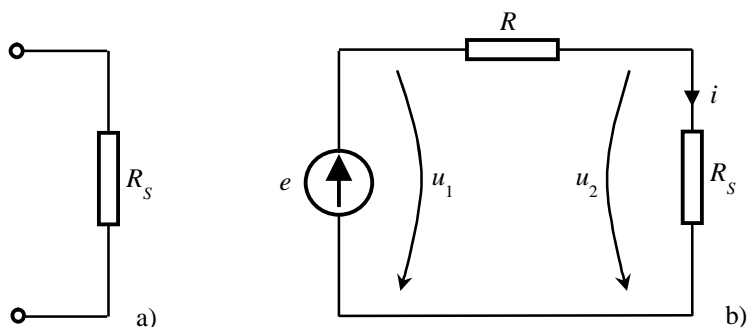


Fig. 5.1 Dipol electric

Rezistența electrică a liniei de alimentare omogene (circuit cu parametri distribuiți) se calculează cu formula:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (5.1)$$

unde ρ este rezistivitatea electrică a conductorului l lungimea liniei, iar S aria secțiunii conductorului.

Dipolul electric asociat liniei de alimentare are ecuația:

$$u_1 = u_2 + Ri \quad (5.2)$$

În cazul când rezistența internă a generatorului electric de tensiune este neglijabilă, tensiunea u_1 este constantă.

Funcționarea unui dipol electric este caracterizată de următoarele mărimi (semnale):

- tensiunea la bornele receptorului, R_S :

$$u_2 = u_1 - Ri = u_1 - \Delta u \quad (5.3)$$

unde $\Delta u = Ri$ căderea de tensiune pe linia de alimentare;

– puterea furnizată de generator:

$$p_1 = u_1 i \quad (5.4)$$

– puterea la receptor p_{R_S} :

$$p_2 = R_S i^2 = u_2 i = (u_1 - Ri) i = u_1 i - Ri^2 \quad (5.5)$$

– randamentul transmisiei de putere:

$$\eta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{u_1 i - Ri^2}{u_1 i} = 1 - \frac{Ri}{u_1} \quad (5.6)$$

Linia de alimentare poate funcționa în două regimuri limită:

➤ regimul de mers în gol: linia este deschisă când $R_S = \infty$, iar mărimile electrice corespunzătoare sunt: $i = 0$, $\Delta u = 0$, $u_1 = u_2$, $p_1 = 0$ și $\eta = 1$;

➤ regimul de scurtcircuit: $R_S = 0$, iar $i = i_{sc} = \frac{u_1}{R}$, $\Delta u = Ri_{sc} = u_1$, $u_2 = 0$, $p_1 = i_1 u_{sc} = \frac{u_1^2}{R}$, $p_2 = 0$ și $\eta = 0$.

Puterea p_2 are o variație parabolică în funcție de curent, cu un maxim obținut din condiția:

$$\eta = \frac{dp_2}{di} = u_1 - 2Ri^2 = 0 \quad (5.7)$$

Soluția ecuației (5.7) este $i = \frac{u_1}{2R} = \frac{i_{sc}}{2}$, pentru care puterea p_2 are valoarea maximă:

$$p_{2\max} = \frac{u_1^2}{4R} \quad (5.8)$$

Puterea transferată receptorului are valoare maximă când $R_S = R$, iar randamentul în acest caz este:

$$\eta = 1 - \frac{R}{u_1} \frac{u_1}{2R} = 0,5 \quad (5.9)$$

Indiferent de valorile tensiunii generatorului electric și rezistenței echivalente a dipolului electric, **în curent continuu puterea maximă se transmite cu randamentul de 50 %**. Dacă **randamentul transmisiei de putere se definește** în funcție de tensiuni rezultă expresia:

$$\eta = \frac{u_2}{u_1} = \frac{R_S}{R + R_S} \quad (5.10)$$

care conduce la următoarele concluzii:

➤ în cazul liniilor de alimentare cu energie electrică, **se obține un randament ridicat când $R_S \gg R$** ;

➤ la liniile de telecomunicații semnalul util transmis receptorului electric trebuie să fie mai puternic (puterea transmisă să aibă valoare maximă), dar cu un randament mai mic.

Variațiile mărimilor corespunzătoare liniei de alimentare în funcție de intensitatea curentului prin linie sunt prezentate în fig. 5.2.

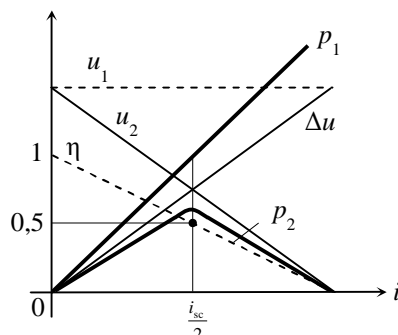


Fig. 5.2 Variațiile mărimilor unui dipol liniar în curent continuu

5.2 Procedeeul experimental

Pentru evidențierea unor aspecte privind funcționarea în c.c. a dipolului liniar pasiv se realizează montajul din fig. 5.3.

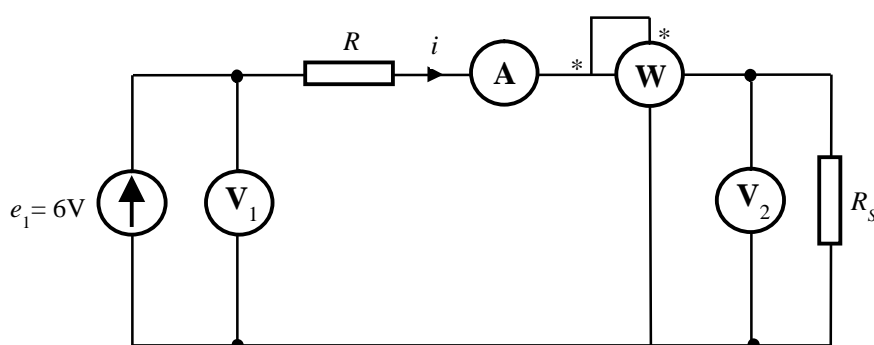


Fig. 5.3 Dipol liniar în curent continuu

După conectarea circuitului la sursa de tensiune continuă, se stabilesc regimurile de mers în gol și de scurtcircuit. Pentru diverse valori ale rezistorului R_s ($R_s=0$, $R_s/2$, R_{Smax}) se citesc indicațiile instrumentelor de măsură, indicații care vor fi centralizate în tabelul 5.1.

Se reprezintă variațiile mărimilor ce caracterizează funcționarea dipolului electric în funcție de curent, cu evidențierea regimului pentru care curentul are valoarea $i = \frac{i_{sc}}{2}$.

Tabelul 5.1

Nr. crt.	Mărimi măsurate				Mărimi calculate		
	i [A]	u_1 [V]	u_2 [V]	p_2 [W]	Δu [V]	$p_1 = u_1 i$ [W]	η [%]
$R_s = 0$							
$R_s/2 =$							
$R_{Smax} =$							

Lucrarea 6

Studiul cuadripolului liniar pasiv în curent continuu

6.1 Considerații teoretice

Cuadripolul (circuitul diport) pasiv este un circuit electric cu patru borne de acces ale cărei laturi nu conțin surse de energie. Un cuadripol poate fi o rețea electrică neizolată (o parte dintr-o rețea complexă), sau o rețea electrică izolată (cuprinzând întreaga rețea).

La o rețea electrică se pune problema de a stabili legătura între curenții și tensiunile a două laturi. În acest scop se separă laturile de rețeaua din care fac parte, obținându-se o rețea cu patru borne de acces fig. 6.1, numită cuadripol.

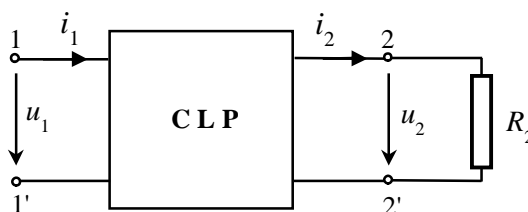


Fig. 6.1 Cuadripol liniar pasiv în curent continuu

În care:

- u_1 este tensiunea de alimentare a cuadripolului;
- u_2 tensiunea la bornele de ieșire ale cuadripolului;
- i_1 curentul care circulă prin bornele de intrare;
- i_2 curentul care circulă prin bornele de ieșire.

La rezolvarea circuitului electric din fig. 6.1 în raport cu curenții i_1 și i_2 , se poate aplica metoda descompunerii în ochiuri independente, când se obține sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \dots + R_{1n}i_n = u_1, \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \dots + R_{2n}i_n = u_2, \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + \dots + R_{3n}i_n = 0, \\ \vdots \\ R_{n1}i_1 + R_{n2}i_2 + \dots + R_{nn}i_n = 0, \end{cases} \quad (6.1)$$

din care, între mărimile electrice de intrare (u_1, i_1) și mărimile electrice de ieșire (u_2, i_2), se obțin relațiile:

$$u_1 = (-\Delta_{22} / \Delta_{12})u_2 \pm (\Delta / \Delta_{12})i_2, \quad (6.2)$$

$$i_1 = [-(\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}) / \Delta \cdot \Delta_{12}] u_2 - (\Delta_{11} / \Delta_{12}) i_2, \quad (6.3)$$

în care:

- Δ_{11} constituie minorul rezistenței R_{11} ,
- Δ_{12} minorul rezistenței R_{12} ,
- Δ_{21} minorul rezistenței R_{21} ,
- Δ_{22} minorul rezistenței $R_{22} = R_2 + R_2'$,
- Δ este determinantul coeficienților sistemului.

Considerând notațiile:

$$-\Delta_{22} / \Delta_{12} = A_{11}, \quad (6.4)$$

$$-\Delta / \Delta_{12} = A_{12}, \quad (6.5)$$

$$-(\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}) / \Delta \Delta_{12} = A_{21}, \quad (6.6)$$

$$-\Delta_{11} / \Delta_{12} = A_{22}, \quad (6.7)$$

ecuațiile (6.2) și (6.3), ale cuadripolului liniar pasiv alimentat în sens direct, au expresiile:

$$u_1 = A_{11}u_2 + A_{12}i_2, \quad (6.8)$$

$$i_1 = A_{21}u_2 + A_{22}i_2, \quad (6.9)$$

în care constantele cuadripolului, A_{11} , A_{12} , A_{21} și A_{22} , sunt determinate numai de parametrii acestuia. Între constantele cuadripolului există o relație de reciprocitate de forma:

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1. \quad (6.10)$$

Constantele A_{11} și A_{22} sunt adimensionale, iar constantele A_{12} și A_{21} au dimensiunile unei rezistențe și respectiv conductanțe.

6.2 Determinarea constantelor cuadripolului

Constantele cuadripolului se determină pe cale experimentală, prin încercări de funcționare la gol și scurtcircuit (la bornele 2 – 2', cu $u_2 = 0$). La aceste încercări, pentru alimentarea directă, se obțin relațiile:

$$\frac{u_{10}}{i_{10}} = A_{11}A_{21} = R_{\text{eq}10}, \quad (6.11)$$

$$i_{2_{\text{sc}}} = i_{2_n}, \quad u_{1_{\text{sc}}} = A_{12}i_{2_{\text{sc}}}, \quad i_{1_{\text{sc}}} = \frac{A_{22}}{i_{2_{\text{sc}}}}. \quad (6.12)$$

Tensiunea u_{10} și curentul i_{10} sunt citite la instrumentele de măsură care se conectează la bornele de intrare 1 – 1' ale cuadripolului.

Ecuțiile cuadripolului pot fi exprimate și în funcție de mărimile de intrare, prin rezolvarea sistemului de ecuații (6.1) în raport cu mărimile u_2 și i_2 . În acest caz se obțin ecuațiile cuadripolului alimentat în sens invers:

$$u_2' = A_{22}u_1' + A_{12}i_1', \quad (6.13)$$

$$i_2' = A_{21}u_1' + A_{11}i_1'. \quad (6.14)$$

Alimentând cuadripolul la bornele 2 – 2' și realizând încercările de funcționare în gol și scurtcircuit la bornele de intrare, se obțin relațiile:

$$u_{20}' = A_{22}u_{10}', \quad i_{20}' = A_{21}u_{10}', \quad \frac{u_{20}'}{i_{20}'} = \frac{A_{22}}{A_{21}} = R_{eq20}, \quad (6.15)$$

$$u_{2_{sc}}' = A_{12}i_{1_{sc}}', \quad i_{2_{sc}}' = A_{11}i_{1_{sc}}', \quad \frac{u_{2_{sc}}'}{i_{2_{sc}}'} = \frac{A_{12}}{A_{11}} = R_{eq2_{sc}}. \quad (6.16)$$

Din toate ecuațiile obținute numai trei ecuații sunt independente, deoarece rezistențele echivalente la funcționarea în gol și scurtcircuit satisfac relația:

$$\frac{R_{eq10}}{R_{eq1_{sc}}} = \frac{R_{eq20}}{R_{eq2_{sc}}}. \quad (6.17)$$

În aceste condiții, constantele unui cuadripol liniar pasiv, obținute pe cale experimentală, au următoarele expresii:

$$A_{11} = \frac{R_{eq10}}{\sqrt{R_{eq20}(R_{eq10} - R_{eq1_{sc}})}}, \quad A_{12} = \frac{R_{eq20}R_{eq1_{sc}}}{\sqrt{R_{eq20}(R_{eq10} - R_{eq1_{sc}})}}, \quad (6.18)$$

$$A_{21} = \frac{1}{\sqrt{R_{eq20}(R_{eq10} - R_{eq1_{sc}})}}, \quad A_{22} = \sqrt{\frac{R_{eq20}}{(R_{eq10} - R_{eq1_{sc}})}}, \quad (6.19)$$

Din ecuațiile cuadripolului rezultă că mărimile corespunzătoare bornelor de intrare (u_1 , i_1) sunt proporționale cu mărimile electrice ale bornelor de ieșire (u_2 , i_2).

Regimul normal de funcționare al cuadripolului electric se obține prin suprapunerea a două regimuri limită: regimul de funcționare în gol și regimul de scurtcircuit. Din acest motiv, circuitele electrice de alimentare a consumatorilor ce nu pot fi încărcate la sarcina nominală sunt încărcate corespunzător funcționării la gol și la scurtcircuit, apoi prin suprapunerea efectelor se stabilește regimul normal de funcționare.

Alimentând cu tensiune variabilă bornele 1 – 1', pentru obținerea curentului de scurtcircuit (la bornele 2 – 2') egal cu curentul de funcționare în sarcină ($i_{2_{sc}} = i_{2_n}$) între mărimile de la intrarea cuadripolului trebuie să existe relațiile:

$$u_{1_{sc}} = A_{12}i_2, \quad (6.20)$$

$$i_{1\text{sc}} = A_{22}i_2. \quad (6.21)$$

La încercarea de funcționare la gol a cuadripolului alimentat cu tensiune variabilă, în condițiile $u_2 = u_{20} = u_{2n}$ și $i_2 = i_{20} = 0$, rezultă ecuațiile:

$$u_{10} = A_{11}u_2, \quad (6.22)$$

$$i_{10} = A_{21}u_2. \quad (6.23)$$

În baza relațiilor (6.20) ÷ (6.23), prin suprapunerea efectelor, se obține regimul nominal de funcționare al cuadripolului:

$$u_1 = u_{10} + u_{1\text{sc}}, \quad (6.24)$$

$$i_1 = i_{10} + i_{1\text{sc}}. \quad (6.25)$$

Unui cuadripol i se poate atașa un circuit echivalent în **T**, fig. 6.2 a), sau un circuit echivalent în **Π**, fig. 6.2 b).

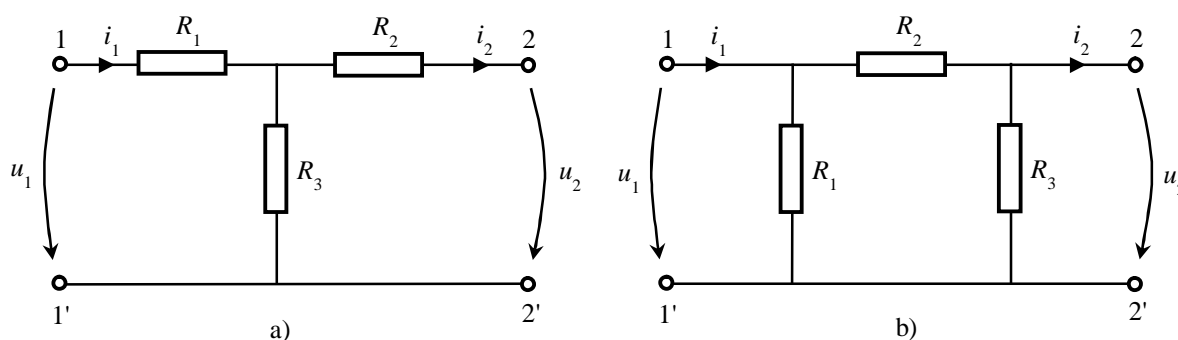


Fig. 6.2 Cuadripol linear în curent continuu a unui: a) circuit echivalent în **T**,
b) în circuit echivalent în **Π**

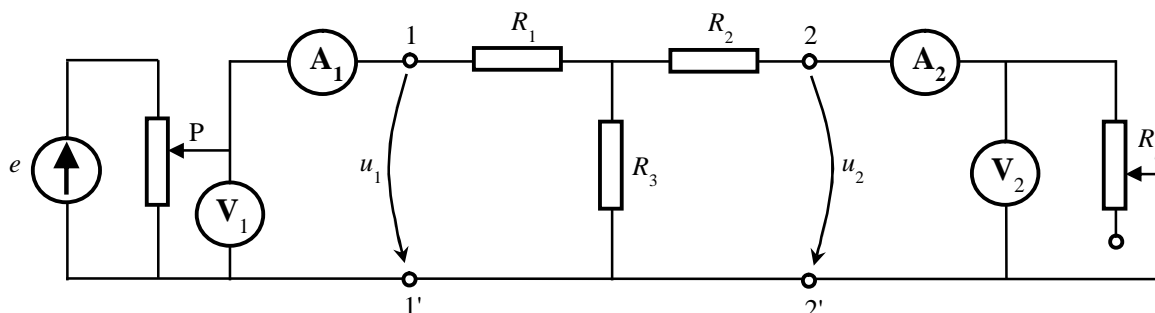
6.3. Procedeu experimental

Se vor măsura rezistențele și se va realiza un cuadripol electric cu circuit echivalent în **T**, fig. 6.3. Se va conecta sursa de alimentare la bornele de intrare 1 – 1' și se va stabili, un regim nominal de funcționare pentru o valoare arbitrară a rezistenței R_s . Se vor citi mărimile u_1 , i_1 , u_2 , i_2 . Se va realiza regimul de mers în gol, prin deconectarea rezistenței R_s și se va regla tensiunea de alimentare de la potențiometrul P pentru a obține $u_{20} = u_2$ determinându-se u_{10} și i_{10} . Apoi, se va realiza scurtcircuit între bornele 2 – 2' reglându-se tensiunea de alimentare astfel încât $i_{2\text{sc}} = i_2$ și se vor determina $u_{1\text{sc}}$ și $i_{1\text{sc}}$.

Se vor verifică dacă sunt îndeplinite relațiile (6.24) și (6.25). În scopul verificării, pe cale analitică, a celor patru constante electrice corespunzătoare montajului analizat se vor folosi relațiile: Rezultatele experimentale se centralizează în tabelul 6.1.

$$A_{11} = 1 + \frac{R_1}{R_3}, \quad A_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}, \quad (6.26)$$

$$A_{21} = \frac{1}{R_3}, \quad A_{22} = 1 + \frac{R_2}{R_3}. \quad (6.27)$$

Fig. 6.3 Cuadripol liniar în curent continuu a unui circuit echivalent în **T**

Tabel 6.1

Mărimi măsurate							
Regim nominal				Regim de gol		Regim de scurtcircuit	
u_1 [V]	i_1 [A]	u_2 [V]	i_2 [A]	u_{10} [V]	i_{10} [A]	u_{1sc} [V]	i_{1sc} [A]

Mărimi calculate					
u_1 [V]	i_1 [A]	A_{11}	A_{12}	A_{21}	A_{22}

Lucrarea 7

Verificarea principiului suprapunerii efectelor

7.1 Considerații teoretice

Pentru determinarea curenților din laturile (ramurile) circuitelor complexe (rețele) de c.c., în care acționează două sau mai multe surse de energie, se poate aplica metoda suprapunerii efectelor (sau metoda superpoziției).

Această metodă are la bază **teorema suprapunerii efectelor: intensitatea curentului care parcurge o latură dintr-o rețea electrică liniară este egală cu suma algebrică a intensităților curenților pe care i-ar crea, în acea latură, fiecare sursă acționând separat.**

Metoda suprapunerii efectelor se aplică, de regulă, la rezolvarea rețelor electrice liniare care conțin un număr mic de surse și implică parcurgerea următoarelor etape:

- se fixează (arbitrar) pentru fiecare latură un sens al curentului real; în cazul laturilor active se recomandă ca sensurile curenților și surselor să coincidă;
- se calculează curenții pe care îi produce în laturile circuitului una dintre surse; celelalte surse se vor pasiviza;
- se repetă acest calcul pentru fiecare sursă care funcționează în circuitul analizat;
- se calculează curenții reali din laturile circuitului electric complex prin sumarea algebrică a curenților determinați (pentru fiecare sursă), considerându-se cu semn plus curenții care au același sens cu sensul curentului real din latura respectivă.

Se consideră circuitul electric din fig. 7.1 a), pentru care se vor determina curenții prin cele trei laturi aplicând metoda suprapunerii efectelor. În acest scop, circuitul se descompune în două circuite în care acționează, separat, sursele cu t.e.m. e_1 fig. 7.1 b) și respectiv e_2 fig. 7.1 c). Pentru simplificarea calculului, rezistențele interne ale acestor surse s-au considerat înglobate în rezistențele R_1 și respectiv R_2 , corespunzătoare celor două laturi active ale circuitului.

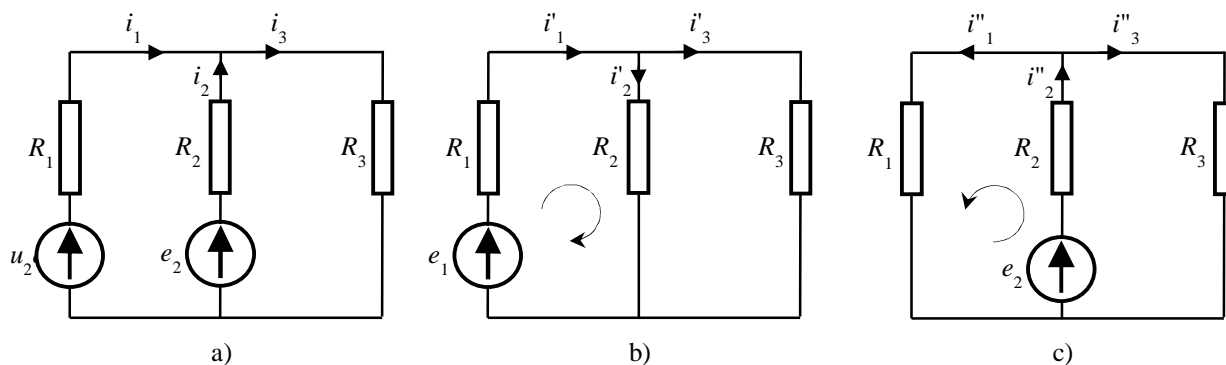


Fig. 7.1 Circuit electric

În baza legii lui Ohm și a teoremelor lui Kirchhoff, pentru circuitul electric din fig. 7.1 b) se obțin curenții:

$$\left. \begin{array}{l} i = \frac{u}{R} \\ R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \end{array} \right\} \Rightarrow i_1' = \frac{e_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}, \quad (7.1)$$

$$i_2' = \frac{u_2}{R_2} \Rightarrow i_2' = i_1' \frac{R_3}{R_2 + R_3},$$

$$i_3' = \frac{u_3}{R_3} \Rightarrow i_3' = i_1' \frac{R_2}{R_2 + R_3},$$

și pentru circuitul electric din fig. 7.1 c) se obțin curenții:

$$\left. \begin{array}{l} i = \frac{u}{R} \\ R_{\text{eq}} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \end{array} \right\} \Rightarrow i_2' = \frac{e_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}, \quad (7.2)$$

$$i_1'' = \frac{u_1}{R_1} \Rightarrow i_1'' = i_2'' \frac{R_3}{R_1 + R_3},$$

$$i_3'' = \frac{u_3}{R_3} \Rightarrow i_3'' = i_2'' \frac{R_1}{R_1 + R_3}.$$

Prin suprapunerea efectelor, curenții reali din laturile circuitului electric considerat fig. 7.1 a) se determină cu relațiile:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_1' - i_1'', \\ i_2 &= -i_2' + i_2'', \\ i_3 &= i_3' + i_3'' \end{aligned} \quad (7.3)$$

Dacă, din calcul, unul dintre curenții reali din laturi (i_1 , i_2 sau i_3) se obține cu semnul minus, sensul corect al aceluia curent electric este opus sensului atribuit inițial; această regulă nu se aplică și curenților (calculați cu relațiile (7.1) și respectiv (7.2)) din cele două circuite electrice în care s-a descompus circuitul inițial.

7.2 Procedeu experimental

La verificarea experimentală a principiului suprapunerii efectelor se vor folosi două surse de tensiune continuă, conectate ca în montajul din fig. 7.2. Se va realiza un montaj electric folosindu-se și trei ampermetre A_1 , A_2 și A_3 , și trei rezistoare de rezistențe cunoscute R_1 , R_2 și R_3 .

Principiul suprapunerii efectelor poate fi validat prin experimente, care implică parcurgerea următoarelor etape:

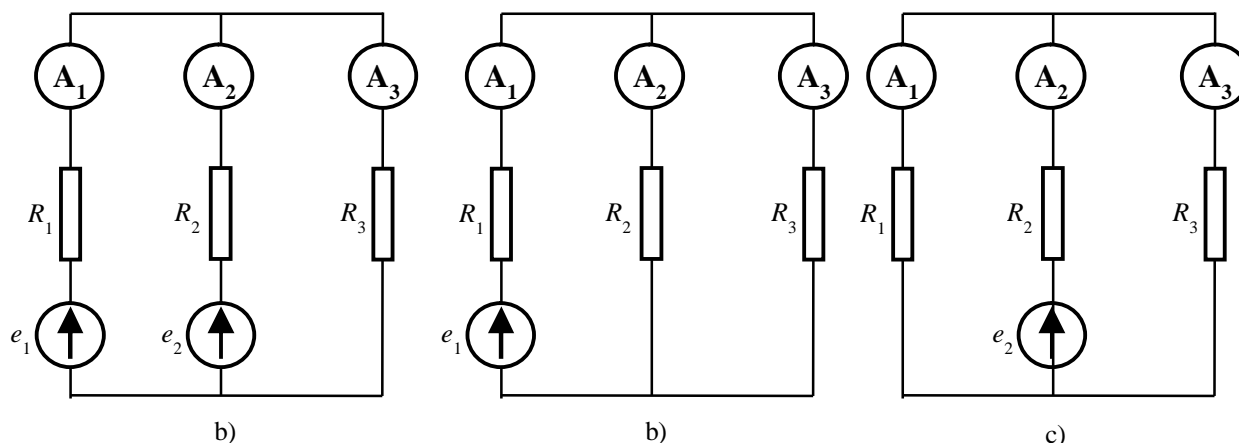


Fig. 7.2 Circuit electric

a. se vor măsura curenții electrici reali i_1 , i_2 și i_3 din cele trei laturi ale circuitului, cu ampermetrele $A_1 \div A_3$ cazul din fig. 7.2 a), atunci când toate sursele acționează în circuit;

b. se vor măsura curenții electrici reali i'_1 , i'_2 și i'_3 din cele trei laturi ale circuitului, cu ampermetrele $A_1 \div A_3$ cazul din fig. 7.2 b), atunci când o singură sursă acționează în circuit (e_1), celelalte fiind pasivizate (e_2).

c. se vor măsura curenții electrici reali i''_1 , i''_2 și i''_3 din cele trei laturi ale circuitului, cu ampermetrele $A_1 \div A_3$ cazul din fig. 7.2 c), atunci când o singură sursă acționează în circuit (e_2), celelalte fiind pasivizate (e_1).

d. se vor calcula, cu relațiile (7.3), curenții electrici i_1 , i_2 și i_3 prin suprapunerea curenților obținuți prin măsurătorile efectuate la etapele b și c, rezultatele comparându-se cu valorile curenților indicați de cele trei ampermetre în etapa a;

e. se vor calcula curenții i'_1 , i'_2 și i'_3 și i''_1 , i''_2 și i''_3 cu relațiile (7.1) și (7.2), iar rezultatele se vor compară cu cele obținute la etapele b, și respectiv c.

Indicațiile aparatelor de măsură și rezultatele obținute prin calcule (în baza relațiilor prezentate în prima parte a lucrării) se vor centraliza în tabelul 7.1.

Tabel 7.1

Mărimi măsurate													
R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	e_1 [V]	e_2 [V]	i_1 [A]	i_2 [A]	i_3 [A]	i'_1 [A]	i'_2 [A]	i'_3 [A]	i''_1 [A]	i''_2 [A]	i''_3 [A]

Mărimi calculate								
i_1 [A]	i_2 [A]	i_3 [A]	i'_1 [A]	i'_2 [A]	i'_3 [A]	i''_1 [A]	i''_2 [A]	i''_3 [A]

Lucrarea 8

Verificarea experimentală a teoremei generatorului echivalent de tensiune

8.1 Considerații teoretice

Curentul printr-o latură a unui circuit electric se poate determina cu o metodă ce are la bază **teorema generatorului echivalent de tensiune (a lui Thévenin): oricărui dipol liniar activ i se poate atașa, ca și schemă echivalentă, un generator real de tensiune, a cărui t.e.m. este egală cu tensiunea la gol la bornele dipolului și rezistența internă egală cu rezistența echivalentă corespunzătoare dipolului pasivizat.**

Rețeaua liniară activă cu două borne de acces spre exterior bornele A și B, fig. 8.1 a) poate fi substituită printr-un generator real de tensiune fig. 8.1 b), pentru care t.e.m. e_{eq} este egală cu tensiunea de mers în gol a rețelei u_0 , iar rezistența internă, r_i , este egală cu rezistența echivalentă, R_{eq} , (între bornele A și B) a rețelei pasivizate. Rețeaua electrică pasivizată este rețeaua din care s-au îndepărtat toate sursele de energie, dar cu păstrarea rezistențelor interne ale acestora.

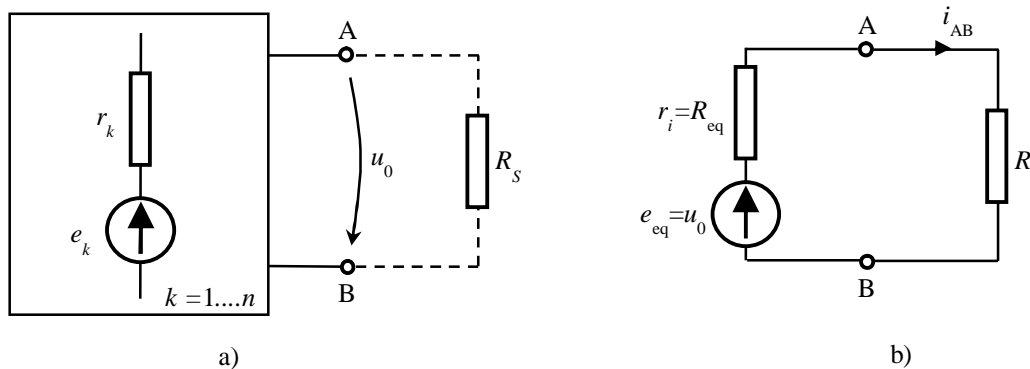


Fig. 8.1 a) Dipol liniar activ, b) Generator real de tensiune

În baza legii lui Ohm intensitatea curentului electric prin rezistorul conectat la bornele A și B ale rețelei (sau generatorului echivalent de tensiune) se calculează cu relația:

$$i_{AB} = \frac{u_0}{R_S + R_{eq}}, \quad (8.1)$$

unde R este rezistența rezistorului.

Metoda generatorului echivalent de tensiune se reduce la aplicarea relației (8.1). Pentru determinarea curentului printr-o latură a unei rețele electrice, această metodă presupune următoarele etape:

- se întrerupe latura al cărei curent se determină, eliminându-se rezistența acestei laturi, R , din schema electrică;
 - se determină, cu ajutorul teoremelor lui Kirchhoff, tensiunea de mers în gol, u_0 , la bornele laturii întrerupte;
 - se calculează, în raport cu bornele laturii întrerupte, rezistența electrică echivalentă, R_{eq} , a rețelei pasivizate;
 - se determină, utilizând relația (8.1), intensitatea curentului prin latura de rezistență R .
- Obiectivul acestei lucrări de laborator îl constituie verificarea, pe cale experimentală, a relației (8.1).

8.2 Procedeu experimental

Se va realiza circuitul electric din fig. 8.2, în care dipolul liniar activ este constituit din elementele de circuit încadrate în dreptunghiul marcat cu linie punctată.

Pentru verificarea experimentală a teoremei generatorului echivalent de tensiune se vor parcurge următorii pași:

- I. se va conecta la bornele A și B voltmetru V care va indica tensiunii de mers în gol u_0 , apoi se va înlătura voltmetru și se va trece la pasul II.
- II. se va conecta la bornele A și B ampermetru A care va indica intensitatea curentului de scurtcircuit i_{sc} apoi se va înlătura ampermetru și se va trece la pasul III.
- III. se va conecta la bornele A și B rezistorul de sarcina R_S și se va determina i_{AB} .

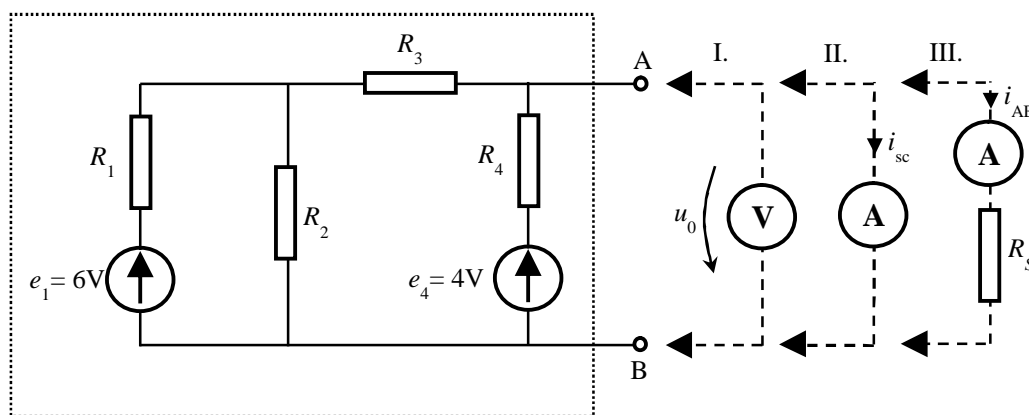


Fig. 8.2 Circuit electric

Rezistența electrică echivalentă, R_{eq} , între bornele A și B poate fi determinată pe cale experimentală sau analitică, când trebuie cunoscută structura internă a dipolului pasivizat și valorile rezistențelor. În cazul montajului din fig. 8.2 rezistența echivalentă se calculează cu relația:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_4 \left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)}{R_4 + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \quad (8.2)$$

Pentru determinarea experimentală a rezistenței R_{eq} între bornele A și B se poate folosi o metodă de măsurare directă a acestei rezistențe:

$$R_{\text{eq}} = \frac{u_0}{i_{\text{sc}}}. \quad (8.3)$$

Tensiunea de mers în gol (când R_s este deconectată de la bornele AB) se poate determina prin metoda tensiunilor nodale obținându-se sistemul:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_{10} - \frac{1}{R_3} u_{20} = \frac{e_1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_3} u_{10} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_{20} = \frac{e_4}{R_4} \end{cases} \Rightarrow u_{20} \quad (8.4)$$

unde $u_{20} = u_0$.

Valorile mărimilor electrice măsurate și calculate (R_{eq} , u_0 , i_{AB}) se vor centraliza în tabelul 8.1.

Tabelul 8.1

$R_{\text{eq}} [\Omega]$		$u_{\text{eq}} = u_0 [\text{V}]$		$i_{\text{AB}} [\text{A}]$	
Analitic	Experimental	Analitic	Experimental	Analitic	Experimental

Lucrarea 9

Verificarea experimentală a teoremei conservării puterilor în circuitele de curent continuu

9.1 Considerații teoretice

Se consideră nodul P al rețelei de c.c., izolată electric, din fig. 9.1. Aplicând în acest nod prima teoremă a lui Kirchhoff se obține expresia:

$$\sum_{k \in P} i_k = 0, \quad P = 1, 2, \dots, n, \quad (9.1)$$

pe care multiplicând-o cu potențialul V_P al nodului, rezultă:

$$v_P \sum_{k \in P} i_k = 0. \quad (9.2)$$

Pentru fiecare nod al rețelei ($P = 1, 2, \dots, n$) se scriu relații de forma (9.2), care fiind sumate conduc la expresia:

$$\sum_{P=1}^n v_P \sum_{k \in P} i_k = 0. \quad (9.3)$$

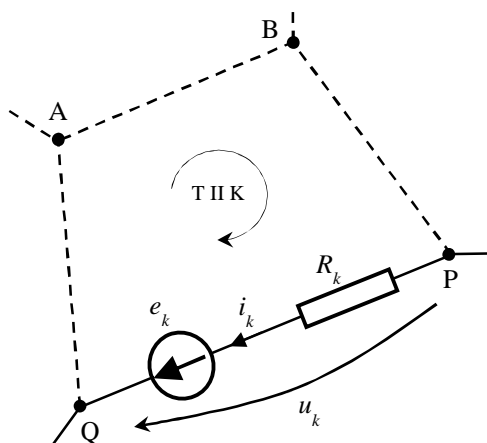


Fig. 9.1 Porțiune de circuit

În suma dublă (9.3) fiecare curent i_k apare de două ori: odată cu semnul plus ($+ v_P i_k$) când curentul i_k iese din nodul P, și apoi cu semnul minus ($- v_P i_k$) când acest curent intră în nodul Q.

În aceste condiții, relația (9.3) poate fi rescrisă sub forma:

$$\sum_{k=1}^l i_k (v_p - v_Q) = 0, \quad (9.4)$$

care, întrucât $u_k = v_p - v_Q$ devine:

$$\sum_{k=1}^l u_k i_k = 0. \quad (9.5)$$

Relația (9.5), în care $u_k i_k$ este puterea electrică primită pe la borne de latura k , constituie **teorema conservării puterilor: suma algebrică a puterilor electrice primite pe la borne de laturile unei rețele de c.c. izolată electric este nulă.**

Dacă în relația (9.5) se introduce expresia tensiunii u_k obținută din relația $u_k + e_k = R_k i_k$ (legea conducției electrice pentru latura receptoare PQ), rezultă expresia:

$$\sum_{k=1}^l e_k i_k = \sum_{k=1}^l R_k i_k^2, \quad (9.6)$$

în care termenul $e_k i_k$ reprezintă puterea debitată de sursă, iar $R_k i_k^2$ este puterea disipată în rezistența R_k .

Expresia (9.6) constituie altă formă a teoremei conservării puterilor: **suma algebrică a puterilor debitate de sursele unei rețele electrice de c.c. este egală cu suma puterilor disipate în rezistențele laturilor rețelei.**

9.2 Procedeu experimental

Se va realiza circuitul electric din fig. 9.2, pentru care se va utiliza două reostate (de rezistențe R_1 și respectiv R_2) conectate în paralel, trei ampermetre (A , A_1 , și A_2) și un voltmetru (V).

Indicațiile instrumentelor de măsură și rezistențele reostatelor sunt centralizate în coloanele mărimilor măsurate din tabelul 9.1, după care se va completa și valorile obținute pentru mărimile calculate.

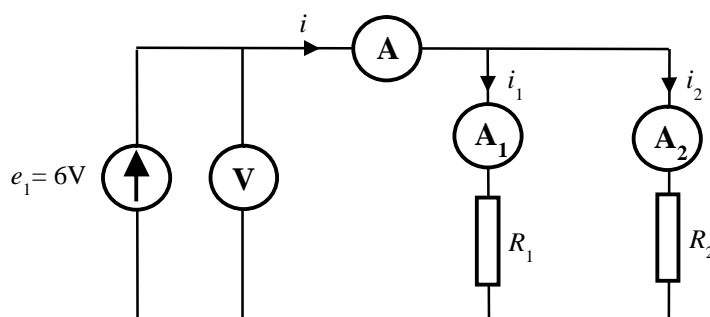


Fig. 9.2 Circuit electric

Tabel 9.1

Mărimi măsurate					
R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	u [V]	i [A]	i_1 [A]	i_2 [A]
Mărimi calculate					
$p=ui$	$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$p_1 = R_1 i_1^2$	$p_2 = R_2 i_2^2$	$p = R_e i^2$	$p = p_1 + p_2$
[W]	[Ω]	[W]	[W]	[W]	[W]

Apoi, se va realiza circuitul electric din fig. 9.3, pentru care se va utiliza două reostate (de rezistențe R_1 și respectiv R_2) conectate în serie, un voltmetru (V) și un ampermetru (A).

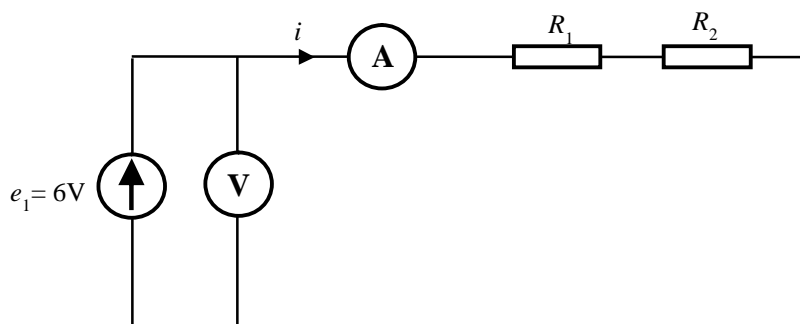


Fig. 9.3 Circuit electric

Indicațiile instrumentelor de măsură și rezistențele celor două reostate sunt centralizate în coloanele mărimilor măsurate din tabelul 9.2, după care se va completa și valorile mărimilor calculate.

Tabel 9.2

Mărimi măsurate					
R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	u [V]	i [A]		
Mărimi calculate					
$p=ui$	$R_e = R_1 + R_2$	$p_1 = R_1 i_1^2$	$p_2 = R_2 i_2^2$	$p = R_e i^2$	$p = p_1 + p_2$
[W]	[Ω]	[W]	[W]	[W]	[W]

Lucrarea 10

Verificarea experimentală a metodei de analiză a circuitelor electrice în curent continuu pe baza curenților de buclă

10.1 Considerații teoretice

Analiza în curent, se bazează pe aplicarea teoremelor lui Kirchhoff. Această tehnică conduce la rezolvarea unui sistem de ecuații egal cu numărul laturilor unui circuit electric.

O reducere semnificativă a sistemului de ecuații, respectiv a timpului de calcul se obține prin utilizarea ecuațiilor curenților de buclă. Metoda de rezolvare implică înlocuirea variabilelor reale (curenții din laturi) cu variabilele independente (curenții de buclă/ochi/contur independenți).

Analiza circuitelor prin curenții de buclă indică o descompunere topologică a circuitelor complicate în circuite simple numite bucle din a căror reunire să reconstituie circuitul inițial.

Sistemul matriceal al ecuațiilor curenților de contur conduce la rezolvarea a o ecuații de bucle de forma:

$$\begin{cases} R_{11}i_{b_1} + R_{12}i_{b_2} + \dots + R_{1o}i_{b_o} = \sum_{j \in (1)} e_j \\ R_{21}i_{b_1} + R_{22}i_{b_2} + \dots + R_{2o}i_{b_o} = \sum_{j \in (2)} e_j \\ \vdots \\ R_{o1}i_{b_1} + R_{o2}i_{b_2} + \dots + R_{oo}i_{b_o} = \sum_{j \in (o)} e_j \end{cases} \quad (10.1)$$

unde: R_{11} suma operatorilor de impedanță întâlniți la parcurgerea buclei (1);
 $\sum_{j \in (1)} e_j$ suma algebrică a t.e.m. a surselor întâlnite la parcurgerea buclei (1);
 R_{12} suma operatorilor de impedanță ai laturilor ce aparțin atât buclei (1) cât și buclei (2). Semnul operatorului poate fi pozitiv sau negativ, după cum curenții de buclă parcurg latura comună buclelor, în același sens sau în sensuri opuse.

Întrucât în scrierea directă a ecuațiilor de buclă intervin căderile de tensiune pe elementele de circuit și t.e.m. ale surselor, sursele de curent trebuie transformate în surse de tensiune, fig. 10.1 a). Pentru aplicarea metodei curenților de contur, se echivalează sursa reală

de curent cu sursa reală de tensiune. După aplicarea teoremei de echivalență a surselor, circuitul devine ca în fig. 10.1 b).

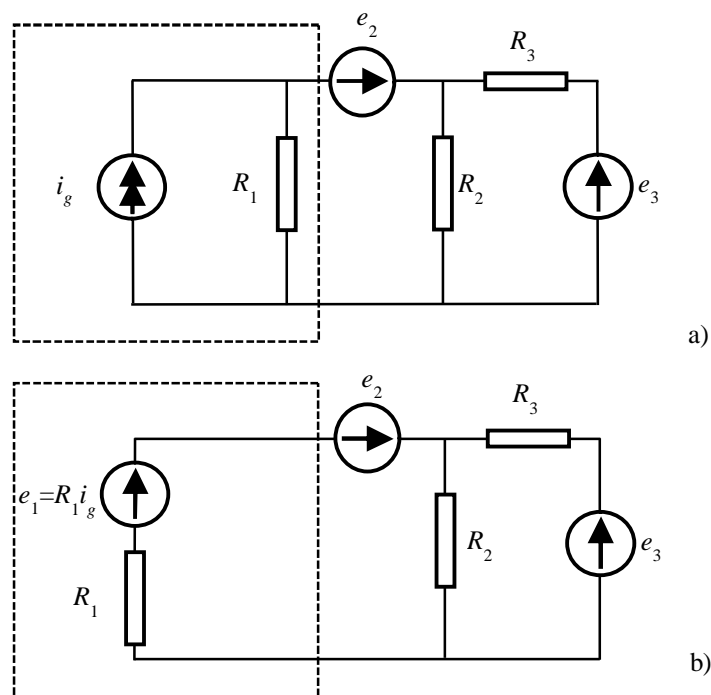


Fig. 10.1 a) Circuitul electric inițial;
b) Circuitul electric după transformarea sursei de curent în sursă de tensiune

Circuitul obținut conține $l=3$ laturi și $n=2$ noduri, deci buclele independente sunt în număr de $l-n+1=2$. Asociind senzori de trecere a curenților prin laturile circuitului, se poate trasa graful orientat al circuitului, respectiv buclele independente, fig. 10.2, și se poate scrie sistemul de ecuații asociat. Se atribuie fiecărei bucle un curent de buclă cu un sens arbitrar ales: i_{b_1} și i_{b_2} , apoi se scriu ecuațiile aferente celor două bucle. Se calculează elementele sistemului, necunoscute fiind cei doi curenți de buclă, i_b .

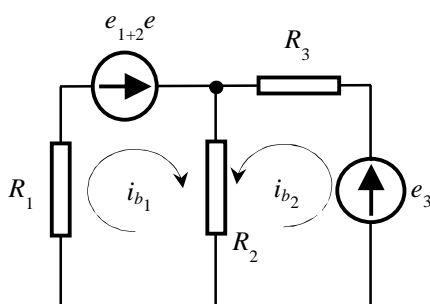


Fig. 10.2 Circuitul electric final

$$\begin{cases} R_{11} i_{b_1} + R_{12} i_{b_2} = e_{1+2} \\ R_{12} i_{b_1} + R_{22} i_{b_2} = e_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R_1 + R_2) i_{b_1} + R_2 i_{b_2} = e_{1+2} \\ R_2 i_{b_1} + (R_3 + R_2) i_{b_2} = e_3 \end{cases} \quad (10.2)$$

10.2 Procedeeul experimental

Se va realiza circuitul electric din fig. 10.3, cu ajutorul platformelor cu rezistențe și multimetrelor aflate pe fiecare masă de lucru.

Se vor măsura intensitățile prin fiecare latură a circuitului cu ajutorul ampermetrelor (A_1 , A_2 și A_3) și căderile de tensiune pe fiecare rezistor cu ajutorul voltmetrului, iar valorile se vor trece în tabelul 10.1.

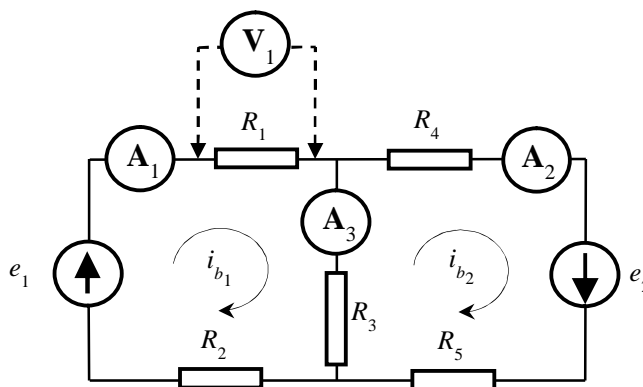


Fig. 10.3 Circuit electric

Analitic se vor calcula intensitățile curenților de buclă plecând de la sistemul de ecuații asociat circuitului. Circuitul având 3 laturi și 2 noduri rezultă că vor fi două bucle independente $3-2+1=2$, deci câte o ecuație aferentă fiecărei bucle.

$$\begin{cases} R_{11}i_{b_1} + R_{12}i_{b_2} = e_1' & \text{(pentru bucla 1)} \\ R_{21}i_{b_1} + R_{22}i_{b_2} = e_2' & \text{(pentru bucla 2)} \end{cases} \quad (10.3)$$

R_{11} , R_{22} reprezintă suma tuturor rezistențelor din bucla 1, respectiv din bucla 2, iar R_{12} care este egal cu R_{21} reprezintă suma tuturor rezistențelor de pe latura comună buclei 1 și 2. Semnul lui R_{12} , R_{21} este dat de sensul curenților de buclă ce parcurg latura comună (R_3), dacă aceștia coboară sau urcă (au același sens) prin latura comună semnul lui R_{12} , R_{21} va fi cu „+”, iar dacă unul coboară și celălalt urcă (au sensuri contrare) prin latură semnul lui R_{12} , R_{21} va fi cu „-”.

Sursele e_1' și e_2' reprezintă suma tuturor surselor din bucla 1, respectiv din bucla 2 (a nu se confunda cu sursa e_1 sau e_2). Semnul acestor va fi cu „+”, dacă sensul curentului de buclă coincide cu sensul sursei (ca în fig. 2.27 a)) sau cu „-” dacă sensul sursei și cel al curentului de buclă sunt contrare.

$$\begin{cases} R_{11} = R_1 + R_2 + R_3 \\ R_{12} = R_{21} = -R_3 \\ R_{22} = R_4 + R_5 + R_3 \end{cases} \quad \begin{cases} e_1' = e_1 \\ e_2' = e_2 \end{cases} \quad (10.4)$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)i_{b_1} - R_3i_{b_2} = e_1 \\ -R_3i_{b_1} + (R_4 + R_5 + R_3)i_{b_2} = e_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{b_1} \\ i_{b_2} \end{cases} \quad (10.5)$$

După ce se vor determina curenții de buclă se vor determina curenții din laturi (sensul acestora se va alege arbitrar, dar ținându-se seama de sensul curenților din bucle, ales anterior) și se vor determina căderile de tensiune pe fiecare element de circuit (sensul căderile de tensiune pe rezistoare se alege în sensul curenților din laturi, sătabiliți anterior), fig. 10.4. În final, se va calcula bilanțul de puteri pentru a verifica corectitudinea calculelor efectuate, $\Sigma p=0$.

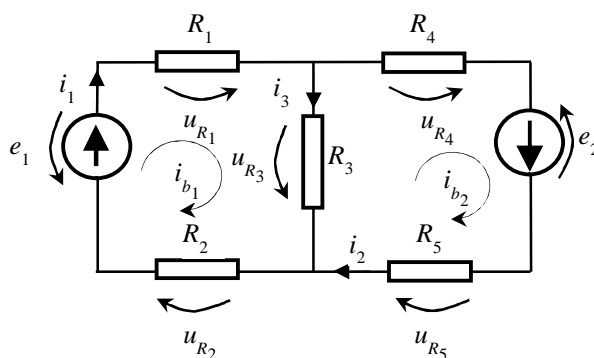


Fig. 10.4 Circuit electric

$$\begin{cases} i_1 = i_{b_1} \\ i_2 = i_{b_2} \\ i_3 = i_{b_1} - i_{b_2} \end{cases} \quad (10.6)$$

$$\begin{cases} u_{R_1} = R_1 i_1 \\ u_{R_2} = R_2 i_2 \\ u_{R_3} = R_3 i_3 \\ u_{R_4} = R_4 i_4 \\ u_{R_5} = R_5 i_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_{R_1} = u_{R_1} i_1 \\ p_{R_2} = u_{R_2} i_2 \\ p_{R_3} = u_{R_3} i_3 \\ p_{R_4} = u_{R_4} i_4 \\ p_{R_5} = u_{R_5} i_5 \\ p_{e_1} = e_1 i_1 \\ p_{e_2} = e_2 i_2 \end{cases} \Rightarrow \sum p = 0 \quad (10.7)$$

Tabel 10.1

Mărimi măsurate														
R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	e_1 [V]	e_2 [V]	i_1 [A]	i_2 [A]	i_3 [A]	u_{R_1} [V]	u_{R_2} [V]	u_{R_3} [V]	u_{R_4} [V]	u_{R_5} [V]
Mărimi calculate														
i_{b_1} [A]	i_{b_2} [A]	i_{b_3} [A]	i_1 [A]	i_2 [A]	i_3 [A]	u_{R_1} [V]	u_{R_2} [V]	u_{R_3} [V]	u_{R_4} [V]	u_{R_5} [V]				

Lucrarea 11

Verificarea experimentală a metodei de analiză a circuitelor electrice în curent continuu pe tensiunilor nodale

11.1 Considerații teoretice

Acest tip de analiză presupune asocierea variabilelor independente pe întreg circuitul, a tensiunilor de la bornele laturilor. Cunoașterea acestor tensiuni conduce la determinarea curenților din laturile circuitului, din ecuația Joubert în curent. Analiza în tensiune a circuitelor se poate face din sistemul ecuațiilor Kirchhoff sau cu ecuațiile nodale.

Metoda tensiunilor nodale de analiză a circuitelor electrice presupune înlocuirea variabilelor reale cu variabilele auxiliare (independente), care sunt tensiuni atașate nodurilor. Sistemul ecuațiilor nodale conduce la rezolvarea a $n-1$ ecuații obținute prin aplicarea teoremei I a lui Kirchhoff.

Sistemul ecuațiilor de ochiuri în formă directă este:

$$\begin{cases} G_{11}u_1 + G_{12}u_2 + \dots + G_{1n-1}u_{n-1} = -\sum_{j \in (1)} i_{g_1}^S \\ -G_{21}u_1 + G_{22}u_2 + \dots + G_{2n-1}u_{n-1} = -\sum_{j \in (1)} i_{g_2}^S \\ \vdots \\ -G_{k1}u_1 + G_{k2}u_2 + \dots + G_{kk}u_{n-1} = -\sum_{j \in (1)} i_{g_k}^S \end{cases} \quad (11.1)$$

unde: G_{11} suma operatorilor de admitanță ai laturilor conectate în nodul 1
 G_{12} suma operatorilor de admitanță ai laturilor ce leagă nodurile 1 și 2
 $-\sum_{j \in (1)} i_{g_k}^S$ suma curenților de scurtcircuit ce alimentează nodul 1 sau suma surselor de curent ce alimentează nodul 1.

Întrucât ecuațiile nodale sunt obținute din T I K rezultă că forma directă de scriere a sistemului ecuațiilor nodale este folosită numai în circuitele ce conțin surse de curent. Dacă circuitul conține surse de tensiune, acestea vor fi transformate prin teoremele de echivalență în surse de curent, fig. 11.1 a). Pentru aplicarea metodei tensiunilor nodate, se echivalează sursa reală de tensiune cu sursa reală de curent. După aplicarea teoremei de echivalență a surselor, circuitul devine ca în fig. 11.1 b).

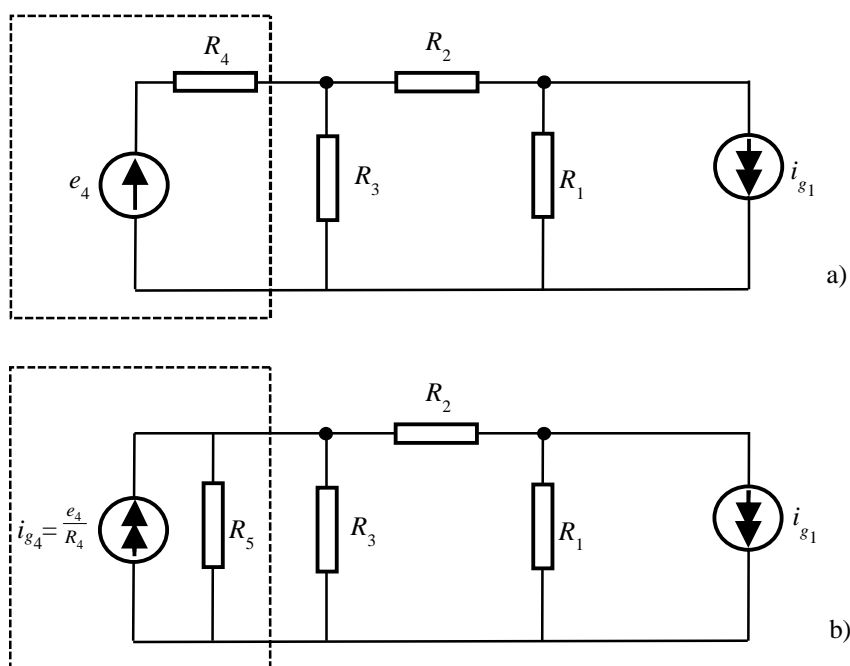


Fig. 11.1 Circuit electric

Se atașează fiecărui nod k o tensiune u_k (pentru nodul 1 tensiunea u_1 și pentru nodul 2 tensiunea u_2) și se alege un nod de referință cu potențial identic nul (nodul 3 cu potențial $u_3 = 0$). Dacă sursele de tensiune s-au transformat în surse de curent, se aplică în formă directă ecuațiile nodale atașate nodurilor 1 și 2.

$$\begin{cases} G_{11}u_1 - G_{21}u_2 = -\sum_{j \in (1)} i_{g_j}^S \\ -G_{21}u_1 + G_{22}u_2 = -\sum_{j \in (2)} i_{g_j}^S \end{cases} \quad (11.2)$$

unde G_{11} este suma conductanțelor laturilor în nodul 1 și G_{12} este suma conductanțelor laturilor dintre nodurile 1 și 2

Circuitul obținut conține $n=3$ noduri, deci tensiunile nodale sunt în număr de $n-1=2$, u_{10} și u_{20} , fig. 10.2, și se poate scrie sistemul de ecuații asociat celor două noduri. Se calculează elementele sistemului, necunoscute fiind cele două tensiuni nodale, u_{10} și u_{20} .

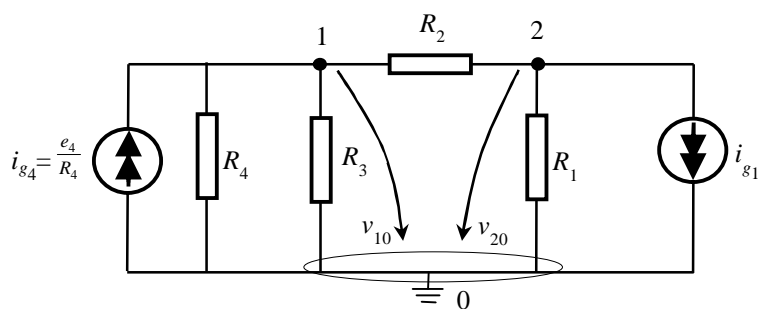


Fig. 11.2 Circuit electric

$$\begin{cases} G_{11} u_{10} - G_{12} u_{20} = -i_{g_1} \\ -G_{12} u_{10} + G_{22} u_{20} = -i_{g_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \right) u_{10} - \frac{1}{R_3} u_{20} = \frac{e_5}{R_5} \\ -\frac{1}{R_3} u_{10} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) u_{20} = -i_{g_1} \end{cases} \quad (10.3)$$

12.2 Procedeeul experimental

Se va realiza circuitul electric din fig. 11.3, cu ajutorul platformelor cu rezistențe și multimetrelor aflate pe fiecare masă de lucru.

Se vor măsura căderile de tensiune din fiecare nod a circuitului cu ajutorul voltmetrelor (V_1 , și V_3) și intensitățile curenților prin fiecare latură cu ajutorul ampermetrelor, iar valorile se vor trece în tabelul 11.1.

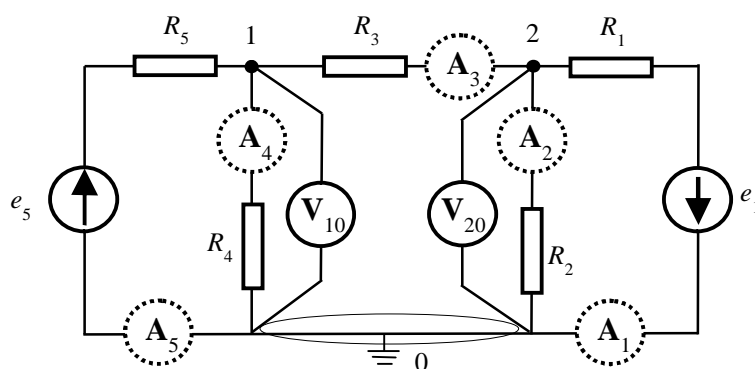


Fig. 11.3 Circuit electric

Analitic se vor calcula tensiunile nodale plecând de la sistemul de ecuații asociat circuitului. Circuitul are 2 noduri independente 1 și 2 astfel încât vor fi două tensiuni nodale necunoscute, u_{10} și u_{20} . Sistemul de $n-1$ ecuații este obținut prin aplicarea metodei potențialelor (tensiunilor) nodale:

$$\begin{cases} G_{11} u_{10} - G_{12} u_{20} = -i'_{g_1} & \text{pentru nodul 1} \\ -G_{11} u_{10} + G_{12} u_{20} = -i'_{g_2} & \text{pentru nodul 2} \end{cases} \quad (11.4)$$

G_{11} , G_{22} reprezintă suma tuturor conductanțelor de pe laturile incidente nodului 1, respectiv nodului 2, iar G_{12} care este egal cu G_{21} reprezintă suma tuturor conductanțelor de pe laturile dintre nodul 1 și 2. Semnele lui G_{11} , G_{22} (elementele de pe diagonala principală) sunt întodeauna „+”, iar toate celelalte elemente vor fi cu semnul „-”.

Sursele reale de tensiune e_1 și e_5 vor fi transformate în surse reale de curent i_{g_1} și i_{g_5} , fig. 2.29 a). Notăția i'_{g_1} și i'_{g_2} reprezintă suma tuturor surselor de curenți de pe laturile incidente nodului 1, respectiv din nodului 2 (a nu se confunda cu sursa i_{g_1} sau i_{g_5}). Semnul acestor va fi cu „+”, dacă sensul sursei intră în nod sau cu „-” dacă sensul sursei iese din nod.

$$\begin{cases} G_{11} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \\ G_{12} = G_{21} = \frac{1}{R_3} \\ G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i'_{g_1} = -\frac{e_1}{R_1} \\ i'_{g_2} = \frac{e_5}{R_5} \end{cases} \quad (11.5)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \right) u_{10} - \frac{1}{R_3} u_{20} = \frac{e_1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_3} u_{10} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_{20} = -\frac{e_5}{R_5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_{10} \\ u_{20} \end{cases} \quad (11.6)$$

După ce se vor determina tensiunile nodale, se vor determina căderile de tensiune pe fiecare latură (sensul acestora se va alege arbitrar, dar ținându-se seama și de sensul curenților pe laturi, care trebuie ales concomitent cu sensul căderilor de tensiune pe laturi) și se vor determina intensitățile curenților prin fiecare latură, fig. 11.3. În final, se va calcula bilanțul de puteri pentru a verifica corectitudinea calculelor efectuate, $\Sigma p=0$.

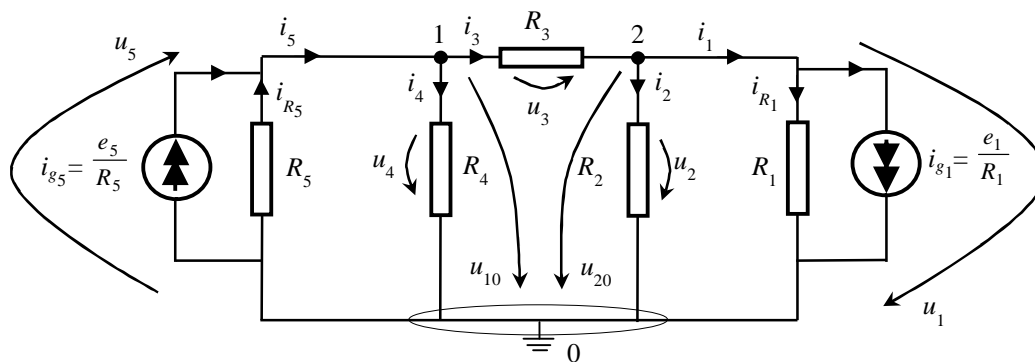


Fig. 11.4 Circuit electric

$$\begin{cases} u_1 = u_{20} \\ u_2 = u_{20} \\ u_3 = u_{10} - u_{20} \\ u_4 = u_{10} \\ u_5 = -u_{10} \end{cases} \quad (11.7)$$

$$\begin{cases} i_1 = i_{g_1} + i_{R_1} = \frac{e_1}{R_1} + \frac{u_1}{R_1} \\ i_2 = \frac{u_2}{R_2} \\ i_3 = \frac{u_3}{R_3} \\ i_4 = \frac{u_4}{R_4} \\ i_5 = i_{g_5} + i_{R_5} = \frac{e_5}{R_5} + \frac{u_5}{R_5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = u_1 i_1 \\ p_2 = u_2 i_2 \\ p_3 = u_3 i_3 \\ p_4 = u_4 i_4 \\ p_5 = u_5 i_5 \end{cases} \Rightarrow \sum p = 0 \quad (11.8)$$

Tabel 11.1

Mărimi măsurate																
R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	e_1 [V]	e_2 [V]	i_1 [A]	i_2 [A]	i_3 [A]	i_4 [A]	i_5 [A]	u_{R_1} [V]	u_{R_2} [V]	u_{R_3} [V]	u_{R_4} [V]	u_{R_5} [V]
Mărimi calculate																
u_{10} [V]	u_{20} [V]	u_1 [V]	u_2 [V]	u_3 [V]	u_4 [V]	u_5 [V]	i_1 [A]	i_2 [A]	i_3 [A]	i_4 [A]	i_5 [A]					

Lucrarea 12

Studiul mărimilor alternative sinusoidale

12.1 Considerații teoretice

Producerea, transportul, distribuția și utilizarea energiei electrice se realizează în mod covârșitor în curent alternativ (c.a.). Generatoarele de c.a. sunt mai simple și mai economice decât cele de curent continuu, iar transportul energiei electrice se efectuează la un preț mult mai redus și cu un randament mai ridicat. În plus, cele mai importante aplicații industriale ale energiei electrice ca de exemplu acționările cu motoare asincrone (mai ieftine și mai robuste decât motoarele de c.c.), încălzirea prin inducție etc., sunt realizate în c.a.

Producerea energiei electrice în centralele electrice este asigurată de către sisteme compuse dintr-o mașină primară (turbină cu abur sau hidraulică, motor termic etc.) și un generator electric. Generatorul transformă energia mecanică primită la arbore de la mașina primară în energie electrică.

Pentru transportul energiei electrice de la centrale către consumatori, tensiunea generatorului se ridică la valori de 35...750 kV, în scopul minimizării pierderilor de energie pe liniile de transport. Cu cât este mai mare distanța de transport a energiei electrice cu atât tensiunea trebuie să fie mai ridicată. Ridicarea sau coborârea tensiunii se efectuează cu aparate electromagnetice denumite transformatoare electrice. Acestea funcționează numai în c.a. În concluzie, transportul energiei electrice poate fi realizat mult mai economic în c.a. decât în c.c..

Cel mai simplu procedeu de obținere a unei tensiuni electromotoare (t.e.m.) sinusoidale constă în rotirea, cu viteză unghiulară uniformă ω , a unei spire conductoare într-un câmp magnetic omogen de inducție \mathbf{B} , fig. 12.1.

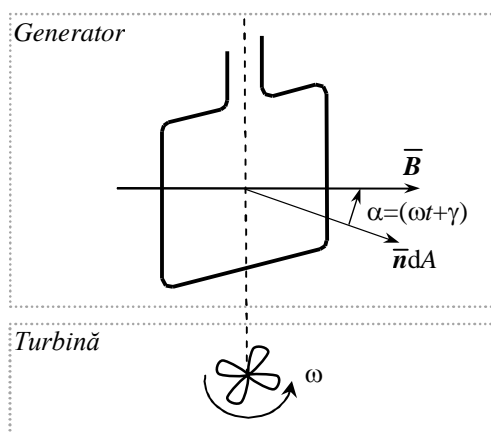


Fig. 12.1 Producerea t.e.m. de o spire rotită într-un câmp magnetic uniform și omogen de inducție \mathbf{B}

În acest caz suprafața delimitată de spira conductoare este străbătută de un flux magnetic:

$$\Phi = \Phi_{\max} \cos(\omega t + \gamma) \quad (12.1)$$

unde Φ_{\max} este valoarea maximă a fluxului corespunzător cazului când liniile câmpului magnetic sunt perpendiculare pe planul spirei, deci când $\vec{B} \parallel \vec{n}$. Fluxul magnetic fiind variabil în timp, în spirală se induce o t.e.m.:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_{\max} \sin(\omega t + \gamma) = E_{\max} \sin(\omega t + \gamma) \quad (12.2)$$

Funcționarea circuitelor de c.a. este caracterizată prin mărimi de stare variabile în timp (t.e.m., tensiuni, curenți etc.), numite semnale. În practică, o categorie importantă o constituie semnalele periodice. Un semnal este periodic dacă își repetă valorile la intervale egale de timp:

$$y(t) = y(t + KT), \quad K \in Z \quad (12.3)$$

în care T este **perioada** semnalului $y(t)$. În SI perioada se măsoară în secunde, [s] și reprezintă intervalul minim de timp după care semnalul $y(t)$ își repetă valorile. Mărimea inversă perioadei se numește **frecvență**:

$$f = \frac{1}{T} \quad (12.4)$$

și reprezintă numărul de perioade în interval de 1s. Unitatea sa de măsură în SI este **herțul**, [Hz]. Produsul:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (12.5)$$

se numește **pulsatie** și se măsoară în [rad/s].

În cazul mărimilor periodice principala caracteristică este reprezentată de repetabilitatea valorilor la intervale regulate, indiferent de forma sau semnul acestor valori.

Semnalul periodic cu valoarea medie pe o perioadă egală cu zero, se numește semnal alternativ:

$$\int_t^{t+T} y(t) dt = 0 \quad (12.6)$$

În fig. 12.2 a) și 12.2 b) sunt prezentate semnalele alternative, care prezintă atât valori pozitive cât și valori negative, iar media lor este nulă. Semnalul periodic care în decursul unei perioade nu-și schimbă semnul se numește **pulsatoriu** 12.2 c).

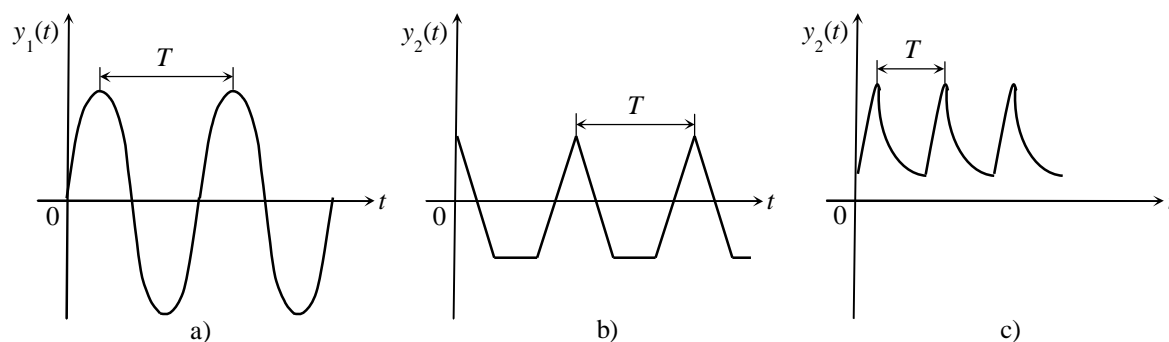


Fig. 12.2 Semnale periodice

În general un semnal alternativ sinusoidal fig. 12.3 poate fi scris matematic sub forma:

$$y(t) = Y_m \sin(\omega t + \gamma) \quad (12.7)$$

în care:

- $y(t)$ este **valoarea instantanee** a semnalului $y(t)$ (valoarea la un moment dat a semnalului);
- Y_m este **valoarea maximă** (amplitudinea) a semnalului;
- $(\omega t + \gamma)$ este **faza semnalului** (argumentul funcției sinus);
- γ este **faza inițială** a semnalului (valoarea fazei la momentul $t = 0$).

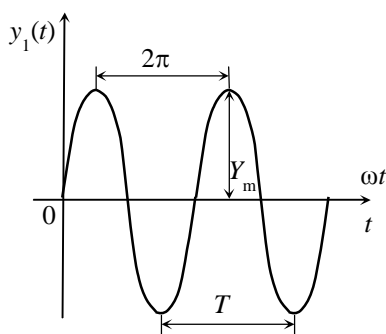


Fig. 12.3 Semnalul alternativ sinusoidal

Semnalul sinusoidal (armonic) este caracterizat (individualizat) prin intermediul a trei parametri:

- **amplitudinea Y_m** : se identifică prin expresia care apare în fața funcției sinus (sau cosinus). Dă informații privind mărimea semnalului sinusoidal și are aceeași unitate de măsură cu acesta fig. 12.4 a).
- **pulsăția ω** : se identifică prin expresia care apare în fața variabilei timp (t). Furnizează informații privind viteza de variație a semnalului sinusoidal și se măsoară în radiani pe secundă [rad/s] fig. 3.4 b).

– *faza inițială* γ : reprezintă termenul liber din expresia argumentului funcției sinus. Indică un decalaj în fază (sau în timp) a semnalului la trecerea prin valoarea zero și se măsoară în radiani, [rad] fig. 12.4 c).

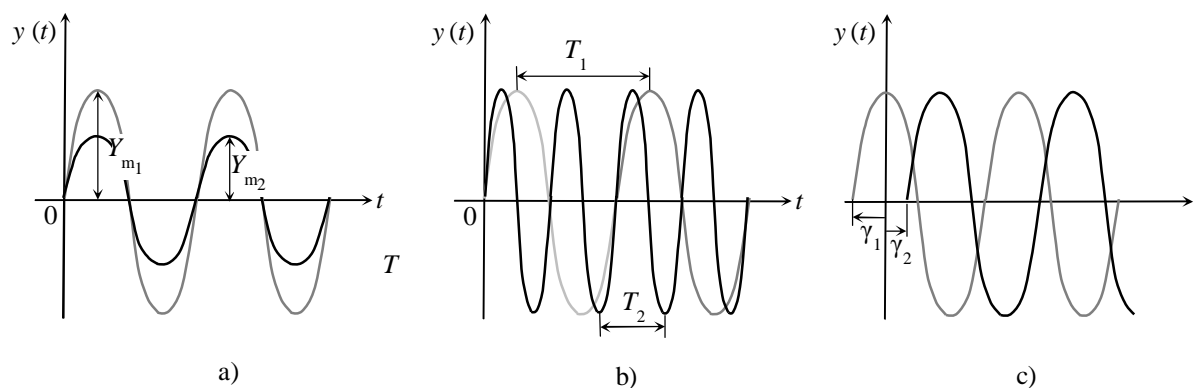


Fig. 12.4 Semnale periodice

Se consideră două semnale sinusoidale de aceeași pulsație ω , dar cu faze inițiale diferite, fig. 12.5:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= Y_{m_1} \sin(\omega t + \gamma_1) \\ y_2(t) &= Y_{m_2} \sin(\omega t + \gamma_2) \end{aligned} \quad (12.8)$$

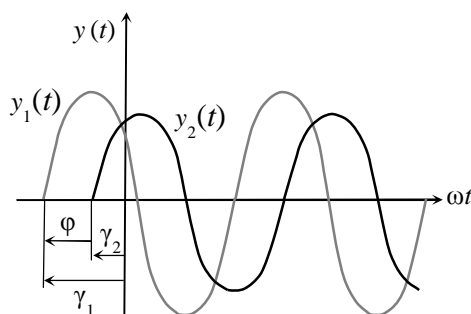


Fig. 12.5 Defazajul între două semnale sinusoidale

Diferența dintre fazele (sau fazele inițiale) ale celor două semnale, se numește **defazaj**, respectiv:

$$\varphi = \omega t + \gamma_1 - (\omega t + \gamma_2) = \gamma_1 - \gamma_2 \quad (12.9)$$

Defazajul φ poate fi:

- pozitiv: $\varphi > 0$, respectiv semnalul $y_1(t)$ este defazat înaintea semnalului $y_2(t)$ ca în fig. 12.6;
- negativ: $\varphi < 0$, semnalul $y_1(t)$ este defazat în urma semnalului $y_2(t)$;
- $\varphi = 0$ când cele două semnale sunt în fază (simfazice);
- $\varphi = \pm \pi$ când semnalele sunt în opoziție de fază;

- $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ când semnalele sunt în cuadratură.

Media valorilor instantanee într-un interval de timp determinat (de obicei o perioadă) se numește *valoare medie* și se calculează cu relația:

$$Y_{\text{med}} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \quad (12.10)$$

Pentru caracterizarea semnalelor alternative se utilizează *valoarea efectivă*, definită prin relația:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y(t)^2 dt} \quad (12.11)$$

Valoarea efectivă a unei tensiuni sau a unui curent alternativ este valoarea tensiunii continue sau a curentului continuu care ar dezvolta într-un rezistor dat aceeași putere ca și tensiunea sau curentul alternativ considerat. Valoarea efectivă, așa cum arată și numele indică mărimea efectelor semnalelor sinusoidale.

$$Y = \frac{Y_m}{\sqrt{2}} \quad (12.12)$$

Astfel, un semnal sinusoidal poate fi exprimat analitic prin două forme echivalente:

$$y(t) = Y_m \sin(\omega t + \gamma) = \sqrt{2} Y \sin(\omega t + \gamma) \quad (12.13)$$

Funcționarea circuitelor de curent alternativ este guvernată de legi fizice care în cadrul prelucrărilor matematice conduc la ecuații integro-diferențiale, în care, asupra mărimilor electrice (tensiune, curent) se execută operații de adunare, scădere, înmulțire cu un scalar, derivare și integrare. Pentru simplificare, se utilizează metode matematice specifice având rolul de a reduce considerabil volumul de muncă. Aceste metode apelează la reprezentările simbolice ale mărimilor sinusoidale.

Una dintre cele mai utilizate metode simbolice este reprezentarea în complex simplificat sau nesimplificat. Această metodă utilizează ca mulțime a simbolurilor mulțimea numerelor complexe.

După cum se știe, un număr complex poate fi exprimat sub una din formele următoare:

- *algebrică*:

$$\underline{Y} = a + jb, \quad a = \text{Re}\{\underline{Y}\}, \quad b = \text{Im}\{\underline{Y}\} \quad (12.14)$$

- *trigonometrică*:

$$\underline{Y} = Y(\cos \gamma + j \sin \gamma), \quad \cos \gamma = \frac{e^{j\gamma} + e^{-j\gamma}}{2}, \quad \sin \gamma = \frac{e^{j\gamma} - e^{-j\gamma}}{2j} \quad (12.15)$$

➤ *exponențială:*

$$\underline{Y} = Ye^{j\gamma}, \quad Y = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \gamma = \arctg \frac{b}{a} \quad (12.16)$$

Forma algebrică pune în evidență două componente pentru un număr complex, partea reală a și partea imaginară b . Acestea sunt două mărimi scalare reprezentând *coordonatele carteziene* ale punctului din planul complex.

Forma trigonometrică și cea exponențială utilizează tot două componente pentru definirea numărului complex, dar acestea sunt un scalar (modulul Y) și un unghi (argumentul γ) reprezentând *coordonatele polare* ale aceluiași punct, fig. 12.6.

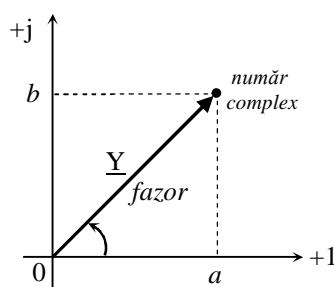


Fig. 12.6 Reprezentarea în planul complex a unui număr complex

Prin urmare, fiecărui semnal sinusoidal i se poate atașa biunivoc un număr complex, care constituie simbolul său. Astfel se poate enunța următoarea *regulă de reprezentare simbolică* a semnalelor sinusoidale: *La o frecvență precizată, oricărui semnal sinusoidal $y(t)$ i se poate asocia biunivoc un număr complex \underline{Y} al cărui modul este egal cu valoarea efectivă a semnalului sinusoidal și al cărui argument este egal cu faza sa inițială.*

$$y(t) = \sqrt{2} Y \sin(\omega t + \gamma) \leftrightarrow \underline{Y} = Ye^{j\gamma} \quad (12.17)$$

12.2 Procedul experimental

Se va reprezenta grafic două semnale sinusoidale cu amplitudinea $U_{m1} = 4V$ și $U_{m2} = 6V$ de frecvența $f_1 = 25Hz$ respectiv $f_2 = 100Hz$ și faza inițială $\gamma_1 = 0$ respectiv $\gamma_2 = -\frac{\pi}{2}$. Să se determine perioada T și pulsația ω și se vor scrie valorile instantanee a celor două semnale.

Se va realiza circuitul din fig. 12.7 cu ajutorul platformelor cu rezistențe și generatoarelor de semnal și osciloscopelor aflate pe fiecare masă de lucru.

Se va stabili la bornele generatorului de semnal (sursa de tensiune sinusoidală) un semnal cu o valoare aleatoare care va fi aplicată circuitului. Cu ajutorul osciloscopului, cu două canale, se va măsura tensiunea u_G și u_{R2} și se va calcula valoarea efectivă, frecvența,

perioada, pulsația și faza inițială și se vor scrie valorile instantanee ale semnale. Toate valorile calculate se vor verifica cu funcția "Measure" a osciloscopului și se vor trece în tabelul 12.1.

Considerându-se originea timpului în stânga ecranului osciloscopului. Se va evalua defazajul dintre semnale. Se reprezintă diagrama fazorială (la scară) și se desenează formele de undă ale semnalelor.

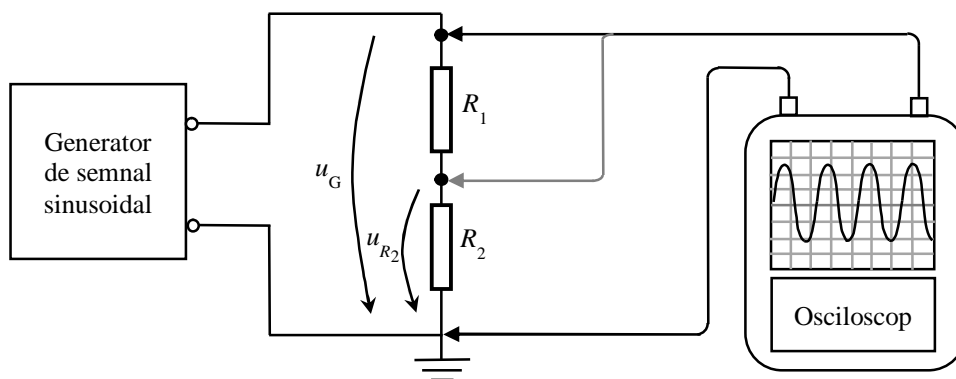


Fig. 12.7 Circuit electric

Tabel 12.1

Mărimi măsurate cu osciloscopul							
u_G [V]	u_{R_2} [V]	U_G [V]	U_{R_2} [V]	f [Hz]	ω [rad/s]	T [s]	φ [s]
Mărimi calculate							
u_G [V]	u_{R_2} [V]	U_G [V]	U_{R_2} [V]	f [Hz]	ω [rad/s]	T [s]	φ [s]

Lucrarea 13

Studiul circuitului de curent alternativ cu impedanțe conectate în serie

13.1 Considerații teoretice

Aplicând o tensiune alternativă: $u(t)$ unui rezistor R , fig. 13.1, în baza ecuației caracteristice $u = Ri$ rezultă curentul prin rezistor:

$$u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u) \quad (13.1)$$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U\sqrt{2}}{R} \sin(\omega t + \gamma_u) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_i) \quad (13.2)$$

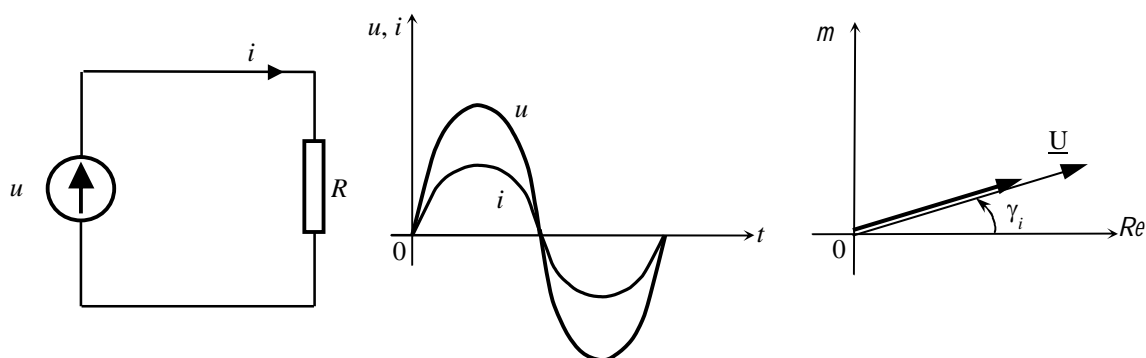


Fig. 13.1 Răspunsul rezistorului în domeniul timp la aplicarea unui semnal sinusoidal de tensiune și reprezentarea în complex a tensiunii și curentului prin rezistor

Astfel se obține:

$$I = \frac{U}{R}, \quad \gamma_i = \gamma_u, \quad \varphi = \gamma_u - \gamma_i = 0 \quad (13.3)$$

Pentru o rezistență, valoarea efectivă a tensiunii și curentului satisfac relația lui Ohm și întotdeauna *curentul și tensiunea rămân în fază*.

Reprezentare analitică în complex simplificat implică asocierea biunivocă dintre semnalul alternativ sinusoidal și un număr complex:

$$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u) \rightarrow \underline{U} = Ue^{j\gamma_u} \quad (13.4)$$

$$i = \frac{U\sqrt{2}}{R} \sin(\omega t + \gamma_u) \rightarrow \underline{I} = \frac{U}{R} e^{j\gamma_u} = Ie^{j\gamma_i} \quad (13.5)$$

cu relațiile inverse:

$$u = \operatorname{Re} \left\{ \underline{U} e^{j\omega t} \sqrt{2} \right\} \quad (13.6)$$

$$i = \operatorname{Re} \left\{ \underline{I} e^{j\omega t} \sqrt{2} \right\} \quad (13.7)$$

Aplicând o tensiune alternativă $u(t)$ unei bobine L , fig. 13.2, dependența curent - tensiune este dată de relația:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int u_L dt = \frac{1}{L} \int U \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u) dt = -\frac{1}{\omega L} U \sqrt{2} \cos(\omega t + \gamma_u) \quad (13.8)$$

se utilizează identitatea trigonometrică: $\sin \alpha = \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$, iar curentul se poate scrie sub forma:

$$i(t) = \frac{1}{\omega L} U \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u - \frac{\pi}{2}) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_i) \quad (13.9)$$

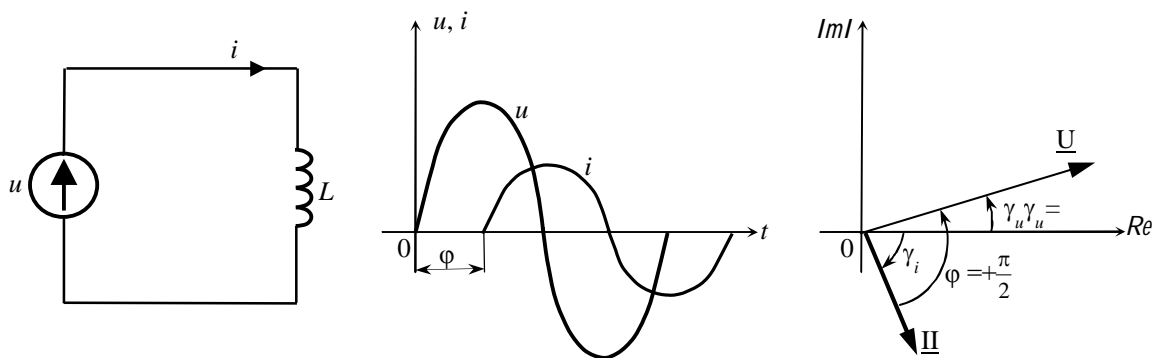


Fig. 13.2 Răspunsul bobinei în domeniul timp la aplicarea unui semnal sinusoidal de tensiune și reprezentarea în complex a tensiunii și curentului prin bobină

Curentul și faza inițială sunt date de relațiile:

$$I = \frac{U}{\omega L}, \quad \gamma_i = \gamma_u - \frac{\pi}{2} \quad (13.10)$$

Pentru o inductanță, valoarea efectivă a tensiunii și curentului satisfac relația lui Ohm și **curentul este defazat în urma tensiunii cu $\frac{\pi}{2}$** .

Aplicând o tensiune alternativă $u(t)$ unui condensator C , fig. 13.3, dependența curent - tensiune este dată de relația:

$$i = C \frac{du}{dt} = \omega C U \sqrt{2} \cos(\omega t + \gamma_u) = \omega C U \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u + \frac{\pi}{2}) \quad (13.11)$$

se utilizează identitatea trigonometrică: $\cos \alpha = \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$, iar curentul se poate scrie sub forma:

$$i = \omega CU \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u + \frac{\pi}{2}) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_i) \quad (13.12)$$

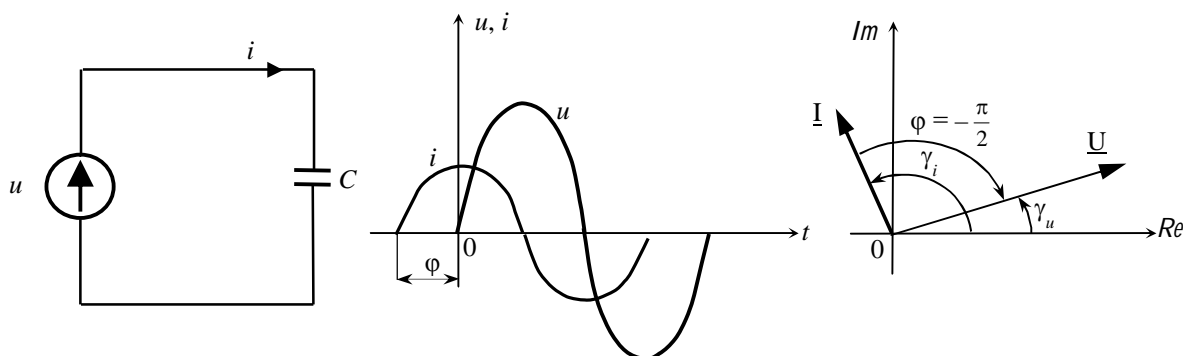


Fig. 13.3 Răspunsul condensatorului în domeniul timp la aplicarea unui semnal sinusoidal de tensiune și reprezentarea în complex a tensiunii și curentului prin bobină

Curentul și faza inițială sunt date de relațiile:

$$I = \omega CU, \quad \gamma_i = \gamma_u + \frac{\pi}{2} \quad (13.13)$$

Pentru un condensator, valoarea efectivă a tensiunii și curentului satisfac relația lui Ohm și **curentul este defazat înaintea tensiunii cu $\frac{\pi}{2}$** .

Dacă se consideră circuitul electric din fig. 13.4, în care rezistorul ideal (de rezistență R), bobina ideală (de inductivitate L) și condensatorul ideal (de capacitate C) sunt conectate în serie. Legea conducției electrice aplicată acestui circuit are expresia:

$$u = u_R + u_L + u_C. \quad (13.14)$$

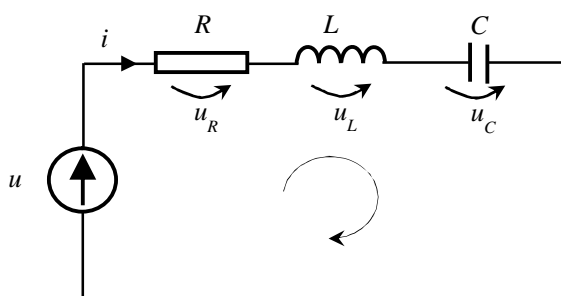


Fig. 13.4 Circuit RLC serie alimentat de la o sursă de tensiune

Alimentând circuitul cu tensiune sinusoidală, u , rezistorul, bobina și condensatorul vor fi parcurse de același curent care, considerând faza inițială nulă, are valoarea instantanee:

$$i = I \sqrt{2} \sin \omega t. \quad (13.15)$$

Valorile instantanee ale tensiunilor la bornele rezistorului, bobinei și condensatorului sunt:

$$u_R = Ri = RI\sqrt{2} \sin \omega t, \quad (13.16)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = X_L I \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (13.17)$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int idt = X_C I \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (13.18)$$

Considerând expresiile (13.3) ale căderilor de tensiune, relația (13.1) devine o ecuație integro-diferențială liniară cu coeficienți concentrați:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = u. \quad (13.19)$$

Întrucât soluția ecuației (13.19) este dificil de obținut în valori instantanee, se utilizează metoda de reprezentare analitică în complex simplificat; metoda implică asocierea biunivocă dintre semnalul alternativ sinusoidal și un număr complex (denumit *imagine complexă simplificată*) al cărui modul este egal cu valoarea efectivă, iar argumentul este egal cu faza inițială ale semnalului:

$$m(t) = M\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \underline{M} = Me^{j\varphi}. \quad (13.20)$$

Imagina complexă simplificată a curentului electric prin cele trei elemente de circuit are forma:

$$i \Leftrightarrow \underline{I} = Ie^{j0}. \quad (13.21)$$

Considerând și imaginile complexe simplificate ale căderilor de tensiune la bornele celor trei elemente de circuit ecuațiile (13.16÷13.18) devin:

$$u_R \Leftrightarrow \underline{U}_R = R\underline{I}, \quad (13.22)$$

$$u_L \Leftrightarrow \underline{U}_L = U_L e^{j\frac{\pi}{2}} = jX_L \underline{I} = j\omega L \underline{I}, \quad (13.23)$$

$$u_C \Leftrightarrow \underline{U}_C = U_C e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jX_C \underline{I} = -j \frac{1}{\omega C} \underline{I}, \quad (13.24)$$

ecuația integro-diferențială (13.19) se transformă într-o ecuație algebrică scrisă în valori efective complexe:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + j\omega L \underline{I} - \frac{1}{j\omega C} \underline{I} = [R + j(X_L - X_C)] \underline{I} = \underline{Z} \underline{I}. \quad (13.25)$$

În ecuația algebrică (13.25) s-a pus în evidență impedanța complexă a circuitului *RLC* serie:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX = Ze^{j\varphi}, \quad Z = \sqrt{R^2 - X^2}. \quad (13.26)$$

unde $X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ este reactanța totală a circuitului (X_L și X_C reactanța inductivă, respectiv capacitivă), iar Z și $\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ sunt modulul, respectiv argumentul impedanței.

În baza relațiilor (13.21) și (13.26) forma complexă a legii conducției electrice, relația (13.25), devine:

$$\underline{U} = Z e^{j\varphi} I e^{j\omega t} = U e^{j\varphi}. \quad (13.27)$$

unde $U = Z I$ reprezintă legea lui Ohm scrisă în valori efective.

Valoarea instantanee a tensiunii aplicată circuitului se obține din relația (13.14) cu regula:

$$u = \text{Im}\{\underline{U} e^{j\omega t} \sqrt{2}\} = \text{Im}\{U e^{j\varphi} e^{j\omega t} \sqrt{2}\} = U \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = Z I \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi). \quad (13.28)$$

În funcție de valorile reactanțelor X_L și X_C , circuitele RLC serie pot avea caracter preponderent:

- *inductiv*, dacă reactanța inductivă este mai mare ca reactanța capacitivă: $X_L > X_C$, (defazajul $\varphi > 0$);
- *capacitiv*, dacă reactanța inductivă este mai mică ca reactanța capacitivă: $X_L < X_C$, (defazajul $\varphi < 0$).
- *rezonant* dacă reactanța inductivă este egală cu reactanța capacitivă: $X_L = X_C$, (defazajul $\varphi = 0$).

Considerând curentul origine de fază și ținând cont de defazajele pe care le introduc elementele circuitului (\underline{U}_R este în fază cu \underline{I} , \underline{U}_L defazată în avans cu $\frac{\pi}{2}$ față de \underline{I} , iar \underline{U}_C este defazată cu $\frac{\pi}{2}$ în urma curentului \underline{I} , iar când $\underline{U}_L = \underline{U}_C$ defazajul este zero) s-au reprezentat diagramele fazoriale de tensiuni pentru circuitul cu caracter inductiv fig. 13.5 a), capacitiv fig.

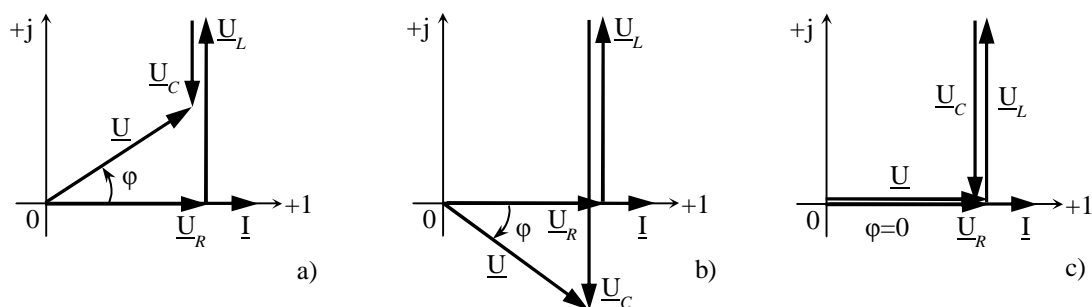


Fig. 13.5 Diagrama fazorială de tensiuni pentru un circuit: a) inductiv, b) capacitiv, c) rezonant

13.5 b) și rezonant fig. 13.5 c).

Rezistența electrică a rezistorului, inductivitatea proprie a bobinei și capacitatea condensatorului se calculează cu relațiile:

$$R = \frac{U_R}{I}, [\Omega], \quad L = \frac{U_L}{\omega I}, [H], \quad C = \frac{I}{\omega U_C}, [F]. \quad (13.29)$$

Dacă bobina este reală, rezistența internă care o caracterizează, r_B este conectată în serie cu inductivitatea L , fig.13.6 a).

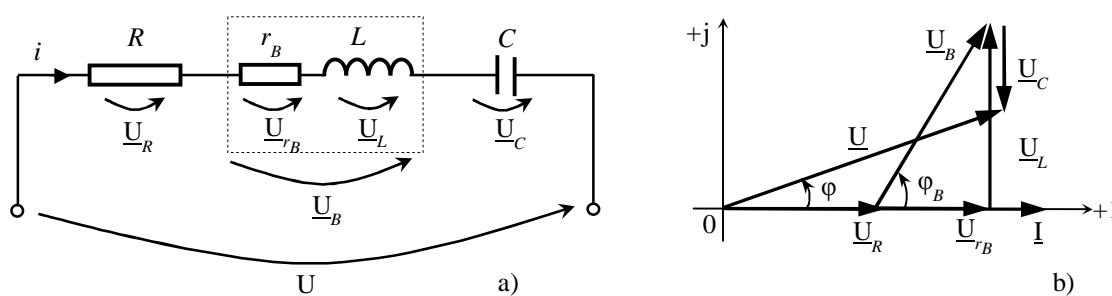


Fig. 13.6 Circuit RLC serie alimentat de la o sursă de tensiune

Din diagrama fazorială a tensiunilor fig. 13.6 b), pentru circuitul cu caracter inductiv $X_L > X_C$ și condensator ideal rezultă relațiile:

$$\underline{U}_{R_{eq}} = \underline{U}_R + \underline{U}_{r_B} = R\underline{I} + r_B\underline{I} = (R + r_B)\underline{I} = R_{eq}\underline{I}. \quad (13.30)$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_{r_B} + \underline{U}_L = r_B\underline{I} + jX_L\underline{I} = \underline{Z}_B\underline{I} \quad (13.31)$$

iar din triunghiul dreptunghic format între vârfurile fazorilor \underline{U}_R , \underline{U}_{r_B} , \underline{U}_B , se poate calcula valoarea efectivă a componentei reactive a căderii de tensiune pe bobină:

$$U_L = \sqrt{U_B^2 - (r_B I)^2} = \sqrt{Z_B^2 I^2 - r_B^2 I^2} = I\sqrt{Z_B^2 - r_B^2} = X_L I \quad (13.32)$$

În baza relației (13.32) se poate determina valoarea inductivității L în cazul bobinei reale:

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_B^2 - r_B^2} \quad (13.33)$$

unde $Z_B = \frac{U_B}{I}$ este impedanța bobinei.

13.2 Procedeu experimental

Se va realiza montajul electric din fig. 13.7, care conține o sursă de tensiune alternativă, un reostat de rezistență R , o bobină cu miez feromagnetic (cu rezistența internă r_B

și inductivitatea L variabilă), un de condensatoare de capacitate C , patru voltmetre, V , V_R , V_L , și V_C și un ampermetru, A . Alimentarea montajului se va face când bobina are miezul de fier complet introdus (inductivitate maximă).

Prin extragerea miezului feromagnetic din bobină se va pune în evidență cele trei cazuri care definesc caracterul circuitului RLC serie: inductiv, capacitiv, rezonant.

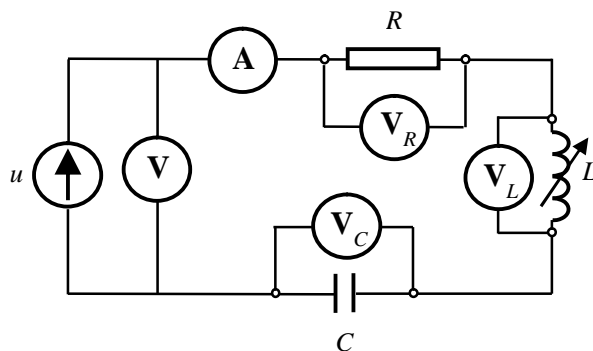


Fig. 13.7 Circuit RLC serie alimentat de la o sursă de tensiune

Indicațiile instrumentelor de măsură se vor centraliza în tabelul 13.1, iar pentru determinarea mărimilor calculate se aplică relații din prima parte a lucrării. Pentru cele trei situații posibile se vor trasa diagrame fazoriale de tensiuni, în același sistem de axe.

Tabel 13.1

Mărimi măsurate						
U [V]	I [V]	U_R [V]	U_B [V]	U_C [Hz]		
Mărimi calculate						
Z [Ω]	R [Ω]	X_L [V]	L [H]	X_C [Ω]	C [F]	φ

Lucrarea 14

Studiul fenomenului de rezonanță în circuitele RLC serie (rezonanța tensiunilor)

14.1 Considerații teoretice

În circuitul RLC serie se produce fenomenul de rezonanță electrică a tensiunilor (rezonanța serie) când reactanța inductivă devine egală cu reactanța capacitivă:

$$X_{L_0} = X_{C_0}, \quad (14.1)$$

Această condiție poate fi impusă în trei moduri prin:

- modificarea capacității C a condensatorului;
- modificarea inductivității L a bobinei;
- modificarea pulsației, $\omega_0 = 2\pi f_0$ de care depind cele două reactanțe:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (14.2)$$

Diagrama fazorială a circuitului electric rezonant este prezentată în fig.14.1.

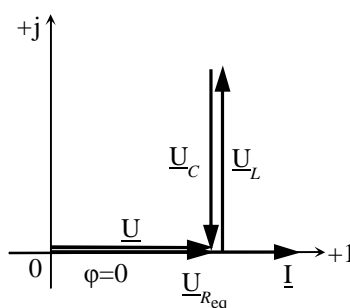


Fig. 14.1 Diagrama fazorială de tensiuni pentru un circuit RLC serie la rezonanță

La rezonanță, **impedanța circuitului RLC serie devine minimă și egală cu rezistența totală a circuitului:**

$$Z_0 = \sqrt{(R + r_B)^2 + (X_{L_0} - X_{C_0})^2} = R + r_B = R_t, \quad (14.3)$$

iar **valoarea efectivă a intensității curentului electric prin circuit devine maximă:**

$$I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R_t}. \quad (14.4)$$

Valorile efective ale căderilor de tensiuni pe bobină și pe condensator devin egale:

$$U_{L_0} = U_{C_0}, \quad X_{L_0} I_0 = X_{C_0} I_0, \quad (14.5)$$

iar valorile lor instantanee, u_L și respectiv u_C sunt în opoziție de fază.

Tensiunea aplicată circuitului RLC serie rezonant se regăsește pe rezistență totală a circuitului (al cărui caracter devine activ):

$$U = Z_0 I_0 = R_t I_0 = (R + r_B) I_0 = R I_0 + r_B I_0 = U_{R_0} + r_B I_0 \quad (14.6)$$

Relația (14.6) permite determinarea rezistenței interne a bobinei, r_B deoarece, la procedeul experimental, se măsoară tensiunile U , U_{R_0} și curentul I_0 .

Dacă la stabilirea rezonanței este îndeplinită condiția:

$$X_{L_0} = X_{C_0} > R_t \quad (14.7)$$

tensiunile la bornele bobinei și condensatorului pot depăși tensiunea aplicată circuitului.

Raportul dintre valorile efective ale tensiunilor electrice $U_{L_0} = U_{C_0}$ și U definește **factorul de calitate al circuitului rezonant**:

$$Q_C = \frac{U_{L_0}}{U} = \frac{U_{C_0}}{U} = \frac{X_{L_0}}{R_t} = \frac{\omega_0 L}{R_t} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R_t} = \frac{Z_C}{R_t}, \quad (14.8)$$

unde $Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$ este **impedanța caracteristică**.

Când factorul de calitate a circuitului devine supraunitar, $Q_C > 1$, în circuitul rezonant apar supratensiuni $U_C > U$ sau $U_L > U$ ce pot provoca străpungerea dielectricului condensatorului, sau distrugerea izolației dintre spirele bobinei.

La rezonanță defazaajul dintre tensiunea u și curentul i devine egal cu zero:

$$\varphi_0 = \arctg \frac{\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}}{R_t} = 0, \quad \cos \varphi_0 = 1, \quad (14.9)$$

iar puterile absorbite de circuitul electric vor fi:

$$\left. \begin{array}{l} P = UI \cos \varphi \text{ [W]} \\ Q = UI \sin \varphi \text{ [VAr]} \\ S = UI \text{ [VA]} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} P = UI = S = P_{\max} \\ Q = 0 \end{array} \quad (14.10)$$

Fenomenul de rezonanță serie este aplicat în tehnica măsurărilor electrice, în tehnica transmiterii informației la distanță etc..

14.2 Procedeeul experimental

Se va realiza montajul electric din fig. 14.2, care conține o sursă de tensiune alternativă, un rezistor în decade de rezistență R , o bobină, un condensator de capacitate C , un voltmetru, V , și un ampermetru, A .

Se va fixa rezistorul la valoare maxima, iar sursa de semnal sinusoidal va fi reglata pentru a genera un semnal de amplitudine maxima $20V_{pp}$. Se va varia frecvența sursei într-un interval de $50\text{Hz} \div 1\text{kHz}$ și se va măsura tensiunea și curentul.

Se va determina frecvența de rezonanță analitic cu ajutorul relației (14.2) și experimental prin urmarirea valorii de maxime a curentului și tensiunii de pe rezistor.

Se va fixa rezistorul la o valoare intermediara și apoi la valoarea minimă și se vor repeta pașii anteriori.

Toate datele măsurate și calculate se vor trece în tabelul 14.1. și se vor reprezenta grafic $I(f)$ și $Z(f)$.

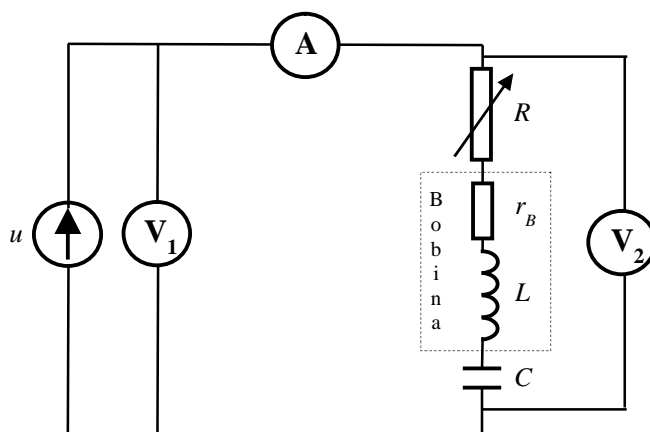


Fig. 14.2 Circuit RLC serie alimentat de la o sursă de tensiune

Tabel 14.1

		f [Hz]	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1k	$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	Q_c
		$R=100$ [Ω]	U [V]												
I [mA]															
Z [Ω]															
$R=10$ [Ω]	U [V]														
	I [mA]														
	Z [Ω]														
$R=0$ [Ω]	U [V]														
	I [mA]														
	Z [Ω]														

Lucrarea 15

Studiul circuitului de curent alternativ cu impedanțe conectate în paralel

15.1 Considerații teoretice

Se consideră circuitul electric din fig. 15.1, în care rezistorul ideal (de rezistență R), bobina ideală (de inductivitate L) și condensatorul ideal (de capacitate C) sunt conectate în derivație (paralel). Circuitul este alimentat cu tensiune electrică a cărei fază inițială are valoarea zero.

$$u = U\sqrt{2} \sin \omega t. \quad (15.1)$$

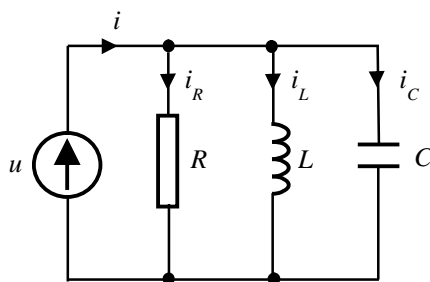


Fig. 15.1 Circuit RLC paralel alimentat de la o sursă de tensiune

Pentru a putea determina curentul absorbit de circuit, în baza primei teoreme a lui Kirchhoff, se scrie expresia în valori instantanee:

$$i = i_R + i_L + i_C, \quad (15.2)$$

în care curenții prin cele trei laturi ale circuitului sunt:

$$i_R = \frac{u}{R} = \frac{U\sqrt{2} \sin \omega t}{R}, \quad (15.3)$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}), \quad (15.4)$$

$$i_C = C \frac{du}{dt} = \omega C U \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}). \quad (15.5)$$

Cu aceste considerații, circuitului RLC derivație i se poate atașa ecuația integro-diferențială liniară cu coeficienți constanți:

$$i = \frac{u}{R} + \frac{1}{L} \int u dt + C \frac{du}{dt}, \quad (15.6)$$

care se rezolvă prin metoda reprezentării analitice în complex simplificat.

Imagina complexă simplificată a tensiunii u (considerată origine de fază) are expresia:

$$u \Leftrightarrow \underline{U} = Ue^{j0}, \quad (15.7)$$

iar ecuația integro-diferențială (15.6) devine:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} + \frac{\underline{U}}{j\omega L} + j\omega C \underline{U} = [G - j(B_L - B_C)] \underline{U} = (G - jB) \underline{U} = \underline{Y} \underline{U}, \quad (15.8)$$

unde $\omega = 2\pi f$ este pulsația tensiunii de alimentare, iar celelalte mărimi au următoarele semnificații:

- $G = \frac{1}{R}$ **conductanța rezistorului;**
- $B_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{X_L}$ **susceptanța inductivă a bobinei ideale;**
- $B_C = \omega C = \frac{1}{X_C}$ **susceptanța capacitivă a condensatorului ideal;**
- $B = B_L - B_C$ **susceptanța rezultantă (totală) a circuitului.**

În relația (15.8), care constituie legea conducției electrice (legea lui Ohm) în complex, s-a pus în evidență admitanța complexă a circuitului RLC derivație:

$$\underline{Y} = G - jB = Ye^{-j\varphi}, \quad (15.9)$$

ale cărei modul și argument au expresiile:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{I}{U}, \quad \varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G}. \quad (15.10)$$

În aceste condiții, ecuația (15.2) a circuitului RLC derivație devine:

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C, \quad (15.11)$$

unde:

$$i_R \Leftrightarrow \underline{I}_R = I_R e^{j0} = GUe^{j0} = G\underline{U}, \quad (15.12)$$

$$i_L \Leftrightarrow \underline{I}_L = I_L e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jB_L \underline{U}, \quad (15.13)$$

$$i_C \Leftrightarrow \underline{I}_C = I_C e^{j\frac{\pi}{2}} = jB_C \underline{U}. \quad (15.14)$$

Valoarea instantanee a curentului total se obține aplicând regula:

$$i = \text{Im} \{ \underline{I} e^{j\omega t} \sqrt{2} \} = \text{Im} \{ YU e^{-j\varphi} e^{j\omega t} \sqrt{2} \} = YU \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi). \quad (15.15)$$

În funcție de valorile susceptanțelor B_L și B_C , circuitele RLC paralel pot avea caracter preponderent:

– *inductiv*, dacă susceptanța inductivă este mai mare ca susceptanța capacitivă $B_L > B_C$ (defazajul $\varphi > 0$);

– *capacitiv* dacă susceptanța inductivă este mai mică ca susceptanța capacitivă $B_L < B_C$ (defazajul $\varphi < 0$);

– *rezonant* dacă susceptanța inductivă este egală cu susceptanța capacitivă: $B_L = B_C$, (defazajul $\varphi = 0$).

Considerând tensiunea origine de fază și ținând cont de defazajele pe care le introduc elementele circuitului (\underline{I}_R este în fază cu \underline{U} , \underline{I}_L defazată în urma cu $\frac{\pi}{2}$ față de \underline{U} , iar \underline{I}_C este defazată în avans $\frac{\pi}{2}$ față de \underline{U} , iar când $\underline{I}_L = \underline{I}_C$ defazajul este zero) s-au reprezentat diagramele fazoriale de curenți pentru circuitul cu caracter inductiv fig. 15.2 a), capacitiv fig. 15.2 b) și rezonant fig. 15.2 c).

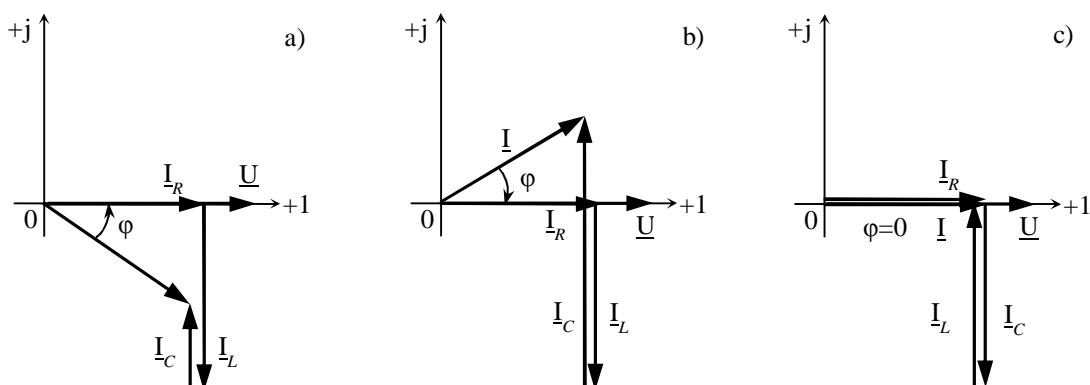


Fig. 15.2 Diagrama fazorială de curenți pentru un circuit: a) inductiv, b) capacitiv, c) rezonant

Când susceptanța inductivă este egală cu cea capacitivă,

$$B_{L_0} = B_{C_0} \quad (15.16)$$

în circuitul RLC derivație apare fenomenul de rezonanță electrică a curenților (rezonanță derivație).

Condiția (15.16) poate fi realizată în trei moduri:

- modificarea inductivității L a bobinei;
- modificarea capacității C a condensatorului;
- modificarea pulsației, $\omega_0 = 2\pi f_0$ de care depind cele două reactanțe:

Diagrama fazorială a circuitului electric rezonant este prezentată în fig. 15.3.

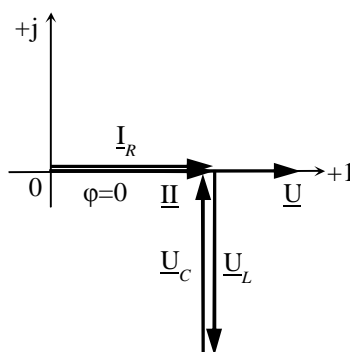


Fig. 15.3 Diagrama fazorială de tensiuni pentru un circuit RLC paralel la rezonanță

La rezonanță **admitanța circuitului RLC derivație devine minimă, egală cu conductanța rezistorului:**

$$Y_0 = \sqrt{G^2 + (B_{L_0} - B_{C_0})^2} = G, \quad (15.17)$$

iar **intensitatea curentului prin circuit are valoarea cea mai mică:**

$$I_0 = Y_0 U = GU, \quad (15.18)$$

Curenții electrici prin elementele reactive ideale din circuit au valori efective egale:

$$I_{L_0} = I_{C_0}, \quad B_{L_0} U = B_{C_0} U, \quad (15.19)$$

iar **valorile lor instantanee sunt în opoziție de fază.**

Dacă **susceptanța inductivă este egală cu cea capacitivă** $B_{L_0} = B_{C_0} > G$, valorile efective ale curenților I_{L_0} și I_{C_0} prin bobină și respectiv prin condensator sunt mai mari decât valoarea curentului I_0 (absorbit de circuit de la sursă), producându-se o amplificare a curenților.

Factorul de calitate al circuitului rezonant se definește cu relația

$$Q_C = \frac{I_{L_0}}{I_0} = \frac{I_{C_0}}{I_0} = \frac{B_{L_0}}{G} = \frac{B_{C_0}}{G} \quad (15.20)$$

și este egal cu factorul de amplificare al curenților la rezonanță.

La rezonanță defazaajul dintre tensiunea aplicată circuitului și curentul prin circuit se anulează:

$$\varphi_0 = \arctg \frac{B_{L_0} - B_{C_0}}{G} = 0, \quad \cos \varphi_0 = 1. \quad (15.21)$$

Dacă bobina este reală, admitanța complexă are expresia:

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r_B + j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{r_B - j\omega L}{r_B^2 + \omega^2 L^2} =$$

$$\frac{1}{R} + \frac{r_B}{r_B^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{\omega C(r_B^2 + \omega^2 L^2) - \omega L}{r_B^2 + \omega^2 L^2}. \quad (15.22)$$

în care r_B este rezistența internă a bobinei.

Condiția de rezonanță $\varphi = 0$ se obține la anularea fracției cu care este înmulțit coeficientul j :

$$\omega C(r_B^2 + \omega^2 L^2) - \omega L = 0 \quad (15.23)$$

Ecuția (15.23) are două soluții:

➤ $\omega = 0$, căreia nu-i corespunde regimul de rezonanță în curenți, circuitul funcționând în curent continuu;

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L}{C} - r_B^2}$$

care evidențiază că pulsația de rezonanță depinde și de rezistența

internă a bobinei; în cazul când $r_B^2 > \frac{L}{C}$ pulsația de rezonanță are valoare imaginară și în circuitul electric nu se poate stabili fenomenul de rezonanță.

15.2 Procedeeul experimental

Se va realiza montajul electric din fig. 15.4, care conține o sursă de tensiune alternativă, un rezistor în decade de rezistență R , o bobină reglabilă cu miez feromagnetic (cu rezistența internă r_B și inductivitatea L variabilă), un condensator de capacitate C , un voltmetru, V , și patru ampermetre, A , A_1 , A_2 , A_3 .

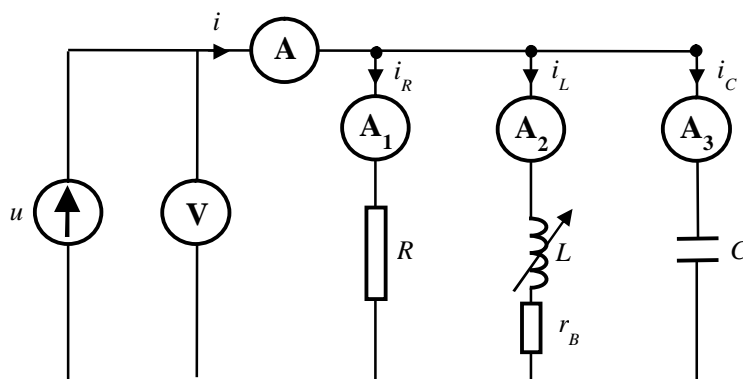


Fig. 15.4 Circuit RLC paralel alimentat de la o sursă de tensiune

La bobina cu miez feromagnetic $X_L \gg r_B$, (rezistența r_B , include atât rezistența înfășurării, cât

și rezistența corespunzătoare pierderilor de putere activă în miez) și se va neglija conductanța

$G_B = \frac{r_B}{r_B^2 + X_L^2}$, iar în aceste condiții, se va consider doar susceptanța bobinei:

$$B_L = \frac{X_L}{r_B^2 + X_L^2} \approx \frac{1}{\omega L} \approx \frac{I_L}{U} \quad (15.24)$$

Inițial, bobina va avea miezul complet introdus, susceptanța inductivă, B_L , fiind minimă. Prin scoaterea treptată a miezului feromagnetic se va pune în evidență cazurile care definesc caracterul circuitului RLC derivație: inductiv, capacitiv, rezonant.

Toate datele măsurate și calculate se vor trece în tabelul 15.1. Pentru cele trei cazuri se vor trasa diagramele fazoriale ale curenților și se vor verifica relația dintre valorile efective ale curenților din circuitul electric:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{\omega L} - \omega C U\right)^2} \quad (15.25)$$

Tabel 15.1

Mărimi măsurate						
U [V]	I [A]	I_R [A]	I_B [A]	I_C [A]		
Mărimi calculate						
Y [S]	G [S]	B_L [S]	L [H]	B_C [Ω]	C [F]	φ

Lucrarea 16

Determinarea parametrilor circuitelor de curent alternativ

16.1 Considerații teoretice

Aplicând o tensiune sinusoidală $u(t)$ unui circuit de impedanță complexă \underline{Z} prin circuit va circula un curent sinusoidal $i(t)$.

$$\begin{aligned} u(t) &= U\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_u) \Leftrightarrow \underline{u}(t) = \underline{U} = Ue^{j\gamma_u} \\ i(t) &= I\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_i) \Leftrightarrow \underline{i}(t) = \underline{I} = Ie^{j\gamma_i} \end{aligned} \quad (16.1)$$

Relația de legătură între mărimi fiind dată de legea lui Ohm în curent alternativ:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\gamma_u - \gamma_i)} = Ze^{j\varphi} \quad (16.2)$$

unde $\varphi = \gamma_u - \gamma_i$ reprezintă defazajul între tensiune și curent.

Circuitul electric din fig. 16.1 este caracterizat de *impedanța complexă* \underline{Z} care este definită prin relația:

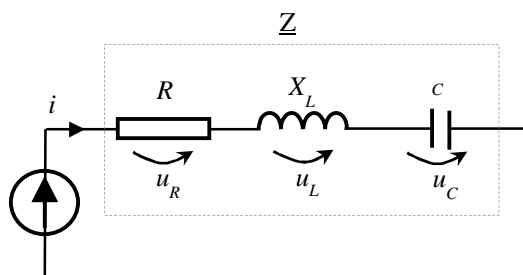


Fig. 16.1 Circuit de impedanță complexă \underline{Z} alimentat de la o sursă de tensiune sinusoidală

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j(X_L - X_C), \quad [\Omega] \quad (16.3)$$

unde R este rezistența circuitului, X_L este reactanța inductivă a bobinei și X_C este reactanța capacitivă a condensatorului și sunt date de relațiile:

$$X_L = \omega L, \quad [\Omega]; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad [\Omega] \quad (16.4)$$

unde $\omega = 2\pi f$ reprezintă pulsația (viteza unghiulară) și se măsoară în $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$.

Inversul impedanței reprezintă *admitanța complexă* \underline{Y} care este definită prin relația:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = G - j(B_L - B_C), \quad \left[\frac{1}{\Omega} \right] = [S] \quad (16.5)$$

unde G este conductanța circuitului (inversul rezistenței R), B_L este susceptanța inductivă a bobinei (inversul reactanței inductive X_L) și B_C este susceptanța capacitivă a condensatorului (inversul reactanței capacitive X_C) și sunt date de relațiile:

$$G = \frac{1}{R}, \quad [S]; \quad B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}, \quad [S]; \quad B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C, \quad [S]. \quad (16.6)$$

Ținând cont de relația (16.2) impedanța și admitanța complexă se mai pot exprima:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\gamma_u - \gamma_i)} = Z e^{j\varphi} = Z \cos \varphi + j Z \sin \varphi \\ \underline{Y} &= \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I}{U} e^{-j(\gamma_u - \gamma_i)} = Y e^{-j\varphi} = Y \cos \varphi + j Y \sin \varphi \end{aligned} \quad (16.7)$$

Comparând relațiile (16.3), (16.5) și (16.7) rezultă că:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{U}{I}, \quad R = Z \cos \varphi, \quad X = Z \sin \varphi \\ Y &= \frac{I}{U}, \quad G = Y \cos \varphi, \quad B = Y \sin \varphi \end{aligned} \quad (16.8)$$

iar impedanța și admitanța complexă de modul sunt exprimate:

$$\begin{aligned} |\underline{Z}| &= Z = \sqrt{R^2 + X^2} \\ |\underline{Y}| &= Y = \sqrt{G^2 + B^2} \end{aligned} \quad (16.9)$$

Tinând cont de expresiile de mai sus, puterile în curent alternativ sunt date de următoarele relații:

➤ puterea activă (se măsoară în watti [W])

$$\begin{aligned} P &= UI \cos \varphi = (ZI) I \cos \varphi = Z I^2 \cos \varphi = R I^2 \\ P &= UI \cos \varphi = U(YU) \cos \varphi = Y U^2 \cos \varphi = G U^2 \end{aligned} \quad (16.10)$$

➤ puterea reactivă (se măsoară în voltampereactivi [VAr])

$$\begin{aligned} Q &= UI \sin \varphi = (XI) I \sin \varphi = X I^2 \sin \varphi = X I^2 \\ Q &= UI \sin \varphi = U(YU) \sin \varphi = Y U^2 \sin \varphi = B U^2 \end{aligned} \quad (16.11)$$

➤ puterea aparentă (se măsoară în voltamperi [VA])

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{U} \underline{I}^* = S e^{j\varphi} = S \cos \varphi + j S \sin \varphi = P + jQ \\ S &= UI = Z I^2 = Y U^2 \end{aligned} \quad (16.12)$$

Astfel, pentru determinarea parametrilor unui circuit de curent alternativ, adică perechilor (R, X) , (G, B) sau (Z, φ) la o frecvență cunoscută f sunt necesare măsurători pentru

valorile efective ale tensiunii și curentului cu voltmetru respectiv cu ampermetru, dar și a defazajului care poate fi măsurat direct cu cosfimetru sau indirect cu wattmetru.

$$\varphi = \gamma_u - \gamma_i = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (16.13)$$

$$\varphi = -(\gamma_u - \gamma_i) = -\arctan \frac{B_L - B_C}{G} = -\arctan \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{G}$$

Deasemenea, ținând seama de expresiile puteri active P și reactiv Q se pot determina cosinusul și sinusul unghiului de defazaj:

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI}, \quad \sin \varphi = \frac{Q}{UI}, \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} \quad (16.14)$$

16.2 Procedeu experimental

Se va realiza montajul electric din fig. 16.2, care va conține o sursă de tensiune alternativă, un rezistor în decade de rezistență R , o bobină reglabilă cu miez feromagnetic (cu inductivitatea L variabilă), un condensator de capacitate C , un cosfimetru, un ampermetru A , și patru voltmetre V , V_R , V_L , V_C , și un RLCmetru.

Indicațiile instrumentelor de măsură se vor centraliza în tabelul 16.1, iar pentru determinarea mărimilor calculate se aplică relații din prima parte a lucrării.

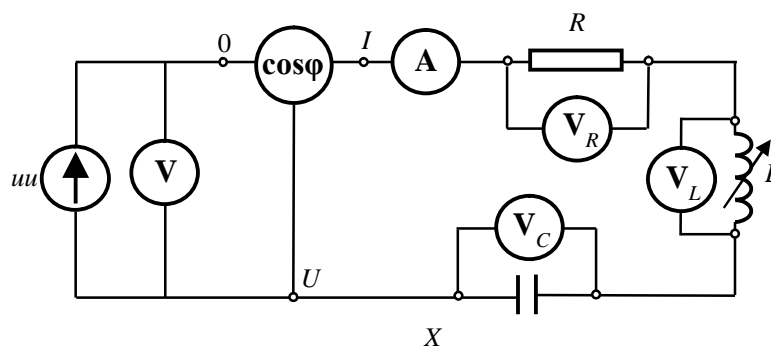


Fig. 16.2 Circuit RLC serie alimentat de la o sursă de tensiune sinusoidală

Tabel 16.1

Mărimi măsurate													
U [V]	I [V]	U_R [V]	U_L [V]	U_C [V]	$\cos \varphi$	R [Ω]	L [H]	C [F]					
Mărimi calculate													
Z [Ω]	Y [S]	R [Ω]	G [S]	X_L [Ω]	B_L [S]	L [H]	X_C [Ω]	B_C [S]	C [F]	φ	P [W]	Q [VAr]	S [VA]

Lucrarea 17

Circuite cuplate în curent alternativ

17.1 Considerații teoretice

Două circuite sunt cuplate dacă procesele ce au loc într-unul din circuite influențează desfășurarea proceselor din cel de-al doilea circuit.

Dacă cele două circuite cuplate conțin o singură sursă de tensiune, atunci circuitul ce conține sursa este circuit primar, iar celălalt secundar. Dacă există ramura comună celor două circuite este element de cuplaj (pentru cele galvanice) aceasta se numește element de cuplaj.

Se disting următoarele tipuri de cuplaje:

- inductiv care poate fi realizat prin inductanță proprie fig. 17.1 a) sau prin inductanță mutuală, fig. 17.1 b).;
- capacitiv, prin condensator, fig. 17.1 c).
- galvanic, prin rezistor, fig. 17.1 d).

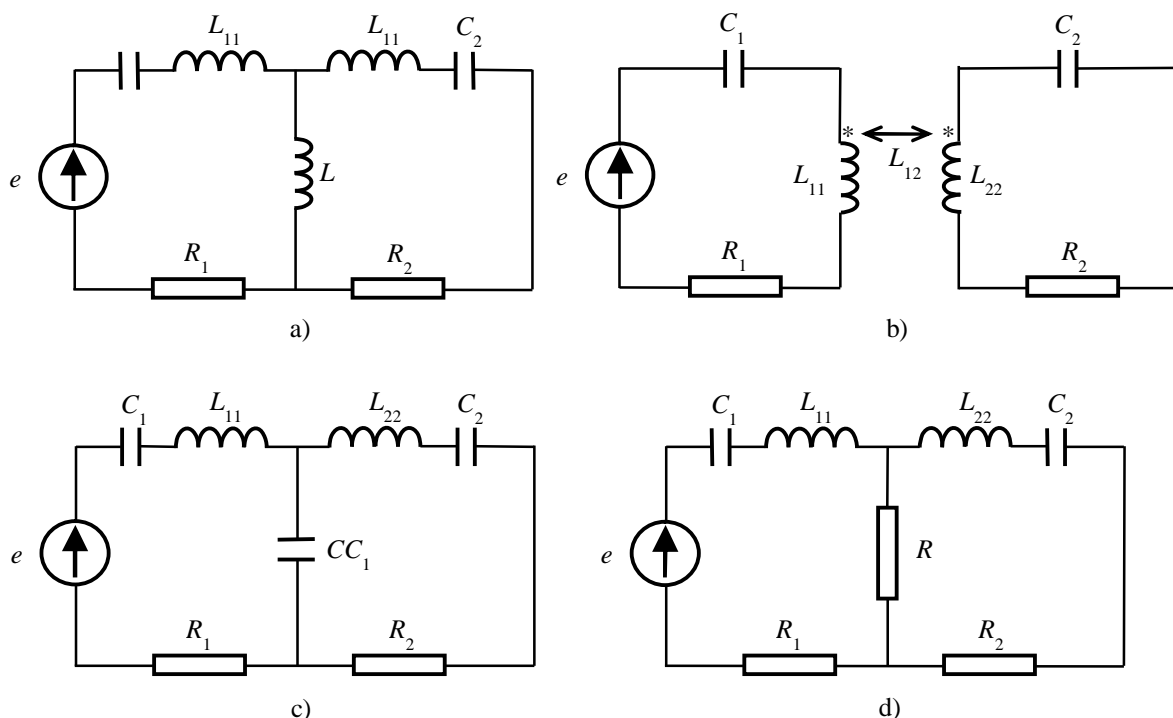


Fig. 17.1 Circuite cuplate a) inductiv prin inductanță proprie, b) inductiv prin inductanță mutuală, c) capacitiv prin condensator, d) galvanic prin rezistor

Gradul de cuplaj dintre două circuite cuplate se caracterizează printr-un coeficient *adimensional subunitar* k , numit **coeficient de cuplaj**. În cazul circuitelor cuplate inductiv sau capacitiv acest coeficient se definește ca raportul dintre reactanța comună și rădăcina pătrată a

produsului reactanțelor celor două circuite de același tip cu reactanța comună (inductivă sau capacitivă):

$$k = \frac{X_{12}}{\sqrt{X_{11}X_{22}}} \quad (17.1)$$

Pentru cuplaj inductiv prin inductanță proprie reactanțele inductive sunt:

$$\begin{aligned} X_{12} &= \omega L \\ X_{11} &= \omega(L_{11} + L) \\ X_{22} &= \omega(L_{22} + L) \end{aligned} \quad (17.2)$$

deci coeficientul de **cuplajul inductiv** prin inductanță proprie este:

$$k = \frac{L}{\sqrt{(L_{11} + L)(L_{22} + L)}} \quad (17.3)$$

În cazul când cuplajul se realizează prin inductanță mutuală atunci reactanțele inductive sunt:

$$\begin{aligned} X_{12} &= \omega L_{12} \\ X_{11} &= \omega L_{11} \\ X_{22} &= \omega L_{22} \end{aligned} \quad (17.4)$$

iar coeficientul de **cuplajul mutual** este:

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} \quad (17.5)$$

În cazul când cuplajul se realizează prin condensator atunci reactanțele sunt:

$$\begin{aligned} X_{12} &= \frac{1}{\omega C} \\ X_{11} &= \frac{1}{\omega C_1 + \omega C} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{C_1 + C}{C_1 C} \right) = \frac{1}{\omega C_A} \\ X_{22} &= \frac{1}{\omega C_2 + \omega C} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{C_2 + C}{C_2 C} \right) = \frac{1}{\omega C_B} \end{aligned} \quad (17.6)$$

iar coeficientul de **cuplajul capacitiv** este:

$$k = \frac{X_{12}}{\sqrt{X_1 X_2}} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} \left(\frac{C_1 + C}{C_1 C} \cdot \frac{C_2 + C}{C_2 C} \right)}} = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{\sqrt{(C_1 + C)(C_2 + C)}} \quad (17.7)$$

Două circuite conexe sunt cuplate prin *inducție mutuală* $L_{12}=L_{21}$ dacă, fiind parcurse de curenți, o parte din fluxul magnetic produs de curentul care circulă printr-unul din circuite străbate suprafața delimitată de conturul conductor al celui de-al doilea circuit.

Cuplajul prin inducție mutuală poate fi:

► **aditiv** în cazul când fluxul magnetic propriu este de același sens cu fluxul produs de celălalt circuit

► **diferențial** în cazul când fluxul magnetic propriu este în sens contrar cu fluxul produs de celălalt circuit.

În primul caz fluxul produs de curentul care circulă printr-unul dintre circuite și străbate suprafața delimitată de conturul conductor al celui de-al doilea circuit este asociat curentului din al doilea circuit. În acest caz inductanța mutuală a celor două circuite este pozitivă. În caz contrar inductanța mutuală este negativă.

Prin urmare semnul inductanței mutuale depinde de sensurile curentilor în cele două circuite cât și de sensurile de înfășurare a bobinelor din circuitele conexe.

În schemele circuitelor cuplate se semnalizează polarizarea bornelor bobinelor printr-un asterix, fig.17.2, astfel dacă sensul curentilor prin bobinele cuplate este același (curenții intră sau ies prin acele borne polarizate) cuplajul este aditiv fig.17.2 a), iar dacă sensul curentilor prin bobinele cuplate este diferit (un curent intră prin borna polarizată și celălalt curent iese prin borna polarizată) cuplajul este diferențial fig.17.2 b).

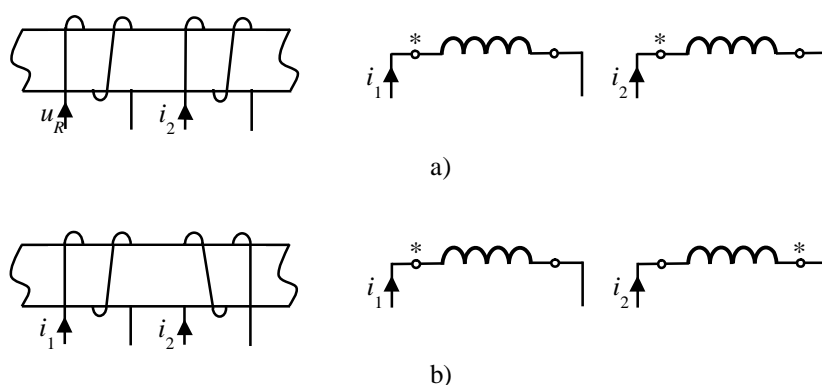


Fig. 17.2 Cuplaj mutual: a) aditiv, b) diferențial

17.2 Procedeu experimental

Se va realiza montajele electrice din fig. 17.3, care vor conține o sursă de tensiune alternativă, un cosfimetru sau un PQmetru, un voltmetru V, un ampermetru A și două bobine cu miez feromagnetic (cu inductivitatea L variabilă) Z_1 și Z_2 .

În prima etapă în circuit va fi introdusă prima bobină, fără miez, după ce se vor citi indicațiile aparatelor de măsură, după care va fi introdus miezul feromagnetic și se vor citi din nou indicațiile aparatelor. Apoi, această bobină va fi înlocuită cu cea de-a doua și se va repeta procedura de la prima bobină.

În a doua etapă, în circuit vor fi conectate serie cele două bobine și apropiate una de cealaltă, dar care nu vor avea miez feromagnetic, fig. 17.3 a) și se vor citi indicațiile aparatelor. Apoi, se va introduce miezul feromagnetic, cele două bobine vor fi depărtate una

față de cealaltă și apoi vor citi indicațiile aparatelor, iar în final cele două bobine vor fi apropiate și miezurile feromagnetice vor fi puse în contact, fig. 17.3 b) pentru a se pune în evidență cuplajul mutual.

Cunoscându-se relațiile pentru:

- ▶ puterea activă:

$$P = UI \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{P}{UI}, \quad (16.8)$$

- ▶ puterea reactivă:

$$Q = UI \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = \frac{Q}{UI}, \quad (16.9)$$

- ▶ impedanța complexă:

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = R + jX, \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad [\Omega], \quad (16.10)$$

- ▶ rezistența circuitului:

$$R = Z \cos \varphi, \quad [\Omega], \quad (16.11)$$

- ▶ reactanța circuitului:

$$X = Z \sin \varphi, \quad X = \omega L, \quad [\Omega], \quad (16.12)$$

- ▶ pulsația circuitului:

$$\omega = 2\pi f, \quad f = 50[\text{Hz}] \quad (16.13)$$

se vor completa tabelurile 17.1 și 17.1 indentificând tipul de cuplaj și calculând coeficientul de cuplaj.

Tabel 17.1

Mărimi măsurate						
U [V]		I [A]		P [W]		Q [VAR]
Z ₁ , Z ₂	Mărimi calculate					
	cos φ	sin φ	Z _{1,2} [Ω]	R _{1,2} [Ω]	X _{1,2} [Ω]	L _{1,2} [H]
Bobina 1 fără miez						
Bobina 1 cu miez						
Bobina 2 fără miez						
Bobina 2 cu miez						

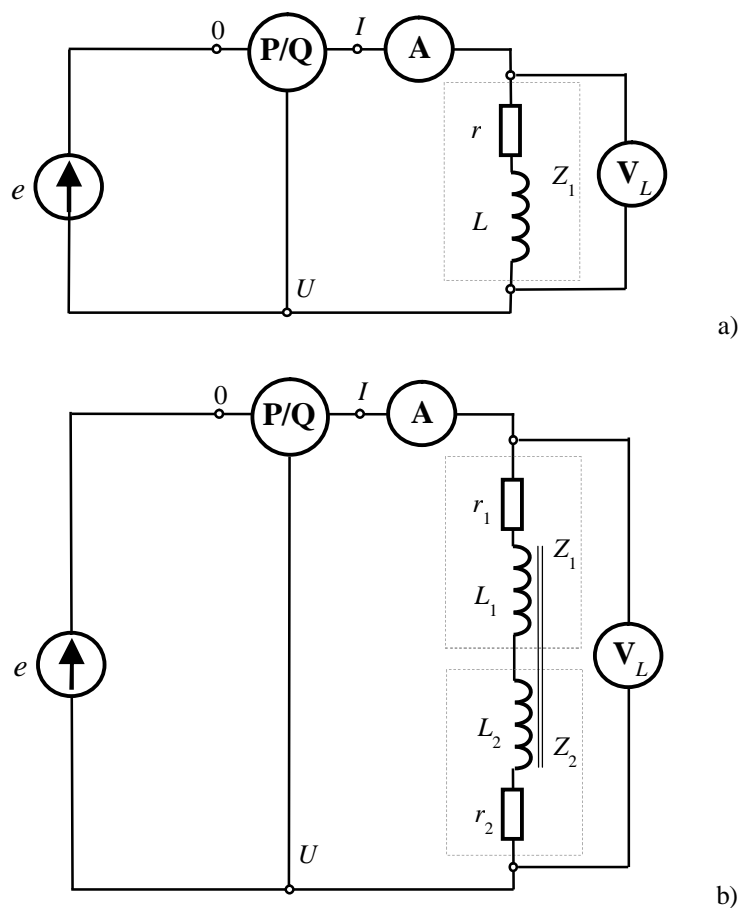


Fig.17.3 Circuit electric

Tabel 17.2

Mărimi măsurate												
U [V]		I [A]			P [W]			Q [VA \cdot r]				
Z ₁ serie Z ₂		Mărimi calculate										
		cos φ	sin φ	Z _S [Ω]	R _S [Ω]	X _S [Ω]	L _S [H]	Z ₁ +Z ₂	R ₁ +R ₂	X ₁ +X ₂	L ₁ +L ₂	k
fără miez												
cu miez necuplate												
cu miez cuplate							<input type="text"/>				<input type="text"/>	<input type="text" value="<1"/>

Lucrarea 18

Ameliorarea factorului de putere

18.1 Considerații teoretice

Factorul de putere al unui receptor electric se definește prin raportul dintre puterea activă, P , consumată de receptor și puterea aparentă, S , a receptorului:

$$k = \frac{P}{S} \quad (18.1)$$

Pentru un receptor electric de c.a. monofazat, care funcționează în regim sinusoidal, puterea activă este $P = UI \cos \varphi$, iar puterea aparentă este $S = UI$. În acest caz, factorul de putere rezultă egal cu cosinusul unghiului de defazaj dintre tensiunea și curentul receptorului:

$$k = \frac{P}{S} = \frac{UI \cos \varphi}{UI} = \cos \varphi \in [0, 1]. \quad (18.2)$$

Majoritatea instalațiilor electrice funcționează cu un factor de putere subunitar, deoarece, în structura lor se regăsesc receptoare cu caracter puternic inductiv (motoare asincrone, transformatoare, cupatoare electrice de inducție etc.). Pe lângă putere activă (transformată în putere utilă) aceste receptoare absorb de la rețeaua de alimentare și putere reactivă, Q , determinând micșorarea factorului de putere al rețelei.

Un receptor electric, care funcționează la putere și tensiune de alimentare constante, absoarbe de la rețea curentul:

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi}, \quad (18.3)$$

care, la $\cos \varphi = 1$ devine:

$$I_1 = \frac{P}{U} \quad (18.4)$$

iar la $\cos \varphi < 1$ va avea valoarea:

$$I = \frac{I_1}{\cos \varphi} \quad (18.5)$$

La putere activă constantă mărirea defazajului între tensiune și curent determină micșorarea factorului de putere și creșterea curentului electric absorbit din rețea, impunându-se supradimensionarea instalației.

Generatorul de energie electrică se dimensionează pentru o anumită putere aparentă, iar intensitatea curentului nu trebuie să depășească valoarea corespunzătoare acestei puteri.

Considerând că:

$$\Delta P_1 = RI_1^2 \quad (18.6)$$

reprezintă puterea activă pierdută prin efect Joule-Lenz în rezistența echivalentă a circuitului electric la $\cos\varphi = 1$, atunci pentru $\cos\varphi < 1$ se obține:

$$\Delta P = RI^2 = RI_1^2 \frac{1}{\cos^2 \varphi} = \Delta P_1 \frac{1}{\cos^2 \varphi} \quad (18.7)$$

Relația (18.7) evidențiază că puterea pierdută prin efect Joule-Lenz crește invers proporțional cu pătratul factorului de putere.

Întrucât funcționarea receptoarelor electrice la factor de putere scăzut determină aspecte economice nefavorabile, se adoptă măsuri pentru aducerea factorului de putere la valori apropiate de unitate.

Metodele de ameliorare a factorului de putere asigură reducerea puterii reactive pe care o absorb receptoarele electrice din rețea, și se pot grupa în două categorii:

a. Metode naturale (nu implică investiții și constau în adoptarea unor măsuri tehnico-organizatorice):

- ▶ alegerea corectă a puterii receptoarelor electrice (coeficientul de încărcare a acestora să fie cât mai apropiat de unitate);
- ▶ reducerea duratei de funcționare în gol a receptoarelor electrice prin folosirea dispozitivelor de limitare a acestui regim;
- ▶ modificarea conexiunilor înfășurărilor statorice (din triunghi în stea) la motoarele asincrone trifazate subîncărcate;
- ▶ reparațiile receptoarelor electrice să nu determine modificări ale parametrilor constructivi și de funcționare proiectați.

b. Metode artificiale (asigură receptoarelor puterea reactivă):

- ▶ folosirea bateriilor de condensatoare;
- ▶ utilizarea compensatoarelor sincrone (mașini electrice sincrone supraexcitate care furnizează numai putere reactivă rețelei);
- ▶ sincronizarea motoarelor asincrone.

În prezenta lucrare se prezintă metoda artificială de ameliorare a factorului de putere prin intermediul bateriilor de condensatoare. Astfel, dacă se consideră un receptor rezistiv-inductiv alimentat de la o sursă de tensiune monofazată constantă fig. 18.1 a). În paralel cu acest receptor se conectează, prin intermediul întrerupătorului K , condensatorul C .

Curentul electric I_0 ($I_0 = I$) absorbit de receptor de la rețea, înainte de conectarea condensatorului electric (contactul K deschis), este defazat cu unghiul φ_0 în urma tensiunii. Acest curent are o componentă activă:

$$I_a = I_0 \cos \varphi_0 \quad (18.8)$$

care este în fază cu tensiunea și o componentă reactivă (inductivă):

$$\underline{I}_L = \underline{I}_0 \sin \varphi_0 \quad (18.9)$$

în cuadratură cu tensiunea fig. 18.1 b).

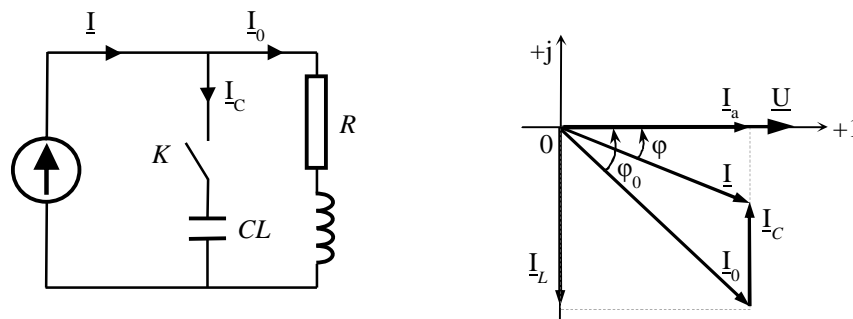


Fig.18.1 a) Schema electrică pentru ameliorare a factorului de putere, b) diagrama fazorială de curenți a circuitului

La închiderea contactului K prin condensator se stabilește un curent reactiv (capacitiv), \underline{I}_C defazat cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea tensiunii \underline{U} . În baza primei teoreme a lui Kirchhoff, curentul absorbit de la rețea este:

$$\underline{I} = \underline{I}_0 + \underline{I}_C. \quad (18.10)$$

Analiza diagramei fazoriale, fig. 18.1 b), conduce la următoarele concluziile:

- curentul \underline{I} absorbit de la rețea este mai mic decât curentul \underline{I}_0 absorbit (de receptor) în lipsa condensatorului;
- prin conectarea condensatorului, unghiul de defazaj, φ devine mai mic decât unghiul de defazaj inițial, φ_0 rezultând o ameliorare a factorului de putere: $\cos \varphi > \cos \varphi_0$

La o anumită capacitate a condensatorului componenta inductivă a curentului, \underline{I}_L este compensată complet de componenta capacitivă, \underline{I}_C . În acest caz, apare fenomenul de rezonanță a curenților: tensiunea și curentul absorbit de la rețea sunt în fază ($\varphi = 0$), iar factorul de putere are valoare maximă ($\cos \varphi = 1$).

Curentul electric \underline{I}_0 corespunde regimului nominal de funcționare al receptorului și este constant pentru orice capacitate a condensatorului.

Din diagrama fazorială fig. 18.1 b), curentul capacitiv are expresia:

$$\underline{I}_C = \underline{I}_a \operatorname{tg} \varphi_0 - \underline{I}_a \operatorname{tg} \varphi \quad (18.11)$$

în care, componenta activă a curentului prin receptor este:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_0 \cos \varphi_0 = \underline{I} \cos \varphi = \frac{P}{U} = \text{const.} \quad (18.12)$$

În valori efective curentul capacitiv se calculează cu relația:

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \omega CU, \quad (18.13)$$

iar ecuația (18.11) poate fi scrisă sub forma:

$$\omega CU = \frac{P}{U} (\operatorname{tg}\varphi_0 - \operatorname{tg}\varphi), \quad (18.14)$$

din care se obține formula de calcul a capacității pentru ameliorarea factorului de putere de la valoarea inițială, $\cos \varphi_0$ la cea dorită, $\cos \varphi$:

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg}\varphi_0 - \operatorname{tg}\varphi) \quad (18.15)$$

Pentru măsurarea factorului de putere al receptoarelor electrice se poate folosi un instrument de tip electrodinamic logometric, numit cosfimetru.

18.2 Procedeu experimental

Se va realiza montajul electric din fig. 18.2, care vor conține o sursă de tensiune alternativă, un cosfimetru, un voltmetru V , trei condensatoare, un rezistor, o bobină cu miez feromagnetic, trei ampermetre A , A_0 și A_C .

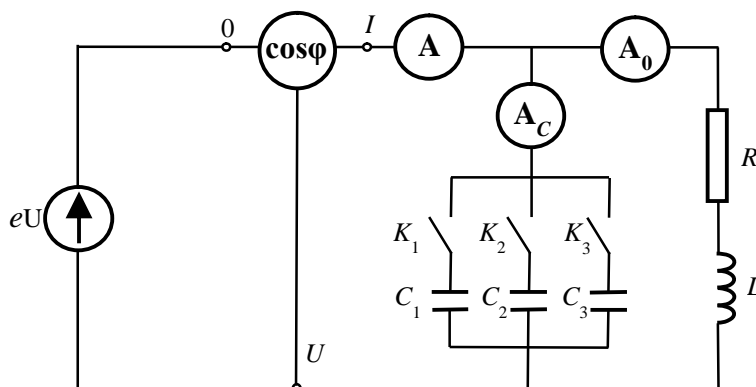


Fig.18.2 Schema circuitului electric pentru ameliorare a factorului de putere

În prima fază condensatoarele nu vor fi conectate în circuit dar se va alimenta circuitul citindu-se indicațiile aparatelor de măsură (indicațiile lui A și A_0 sunt identice, iar A_C indică zero). Apoi se va introduce în circuit câte un condensator citind de fiecare dată indicațiile aparatelor de măsură. Se va constata că A_0 va indica întodeauna aceeași valoare a curentului, iar indicația lui A va scădea pe măsură ce indicația lui A_C va crește. Toate rezultatele vor fi trecute în tabelul 18.1 și se va indica momentul când factorul de putere a fost ameliorat în totalitate.

Se vor trasa diagramele curenților pentru $C = 0$, $\cos \varphi$ inductiv, la rezonanță și $\cos \varphi$ capacitiv, și curbele $P = f(C)$, $Q = f(C)$ și $S = f(C)$.

Tabelul 18.1

Mărimi măsurate				
U [V]	I [A]	I_0 [A]	I_C [A]	$\cos \varphi$
Condensatoare	Mărimi calculate			
	P [W]	Q [VAr]	S [VA]	C [F]
0				
C1				
C2				
C3				

Bibliografie

- [1] Arădoaei S., Adăscăliței A., *Teoria circuitelor electrice I*, Editura Pim, Iași, 2019,
- [2] Bahrin V., *Electrotehnică, Studii experimentale*, Iași, 2012.
- [3] Bahrin V., *Electrotehnică I*, Editura Performantica, Iași, 1999.
- [4] Bahrin V., *Electrotehnică II*, Editura Performantica, Iași, 2001.
- [5] Bahrin V., *Circuite electrice liniare și neliniare*, Editura Performantica, Iași, 2013.
- [6] Cosma V.M., Bahrin V., *Electrotehnică. Baze teoretice și aplicații tehnice*, Editura Performantica, 2007, Iași.
- [7] Cociu R.V. Arădoaei S., *Electrotehnică și electronică, Îndrumar de laborator*, Editura Pim, Iași, 2015.
- [8] Cociu R.V. Cociu L., *Electrotehnică și electronică*, Editura Pim, Iași, 2015.
- [9] Cojan M. ș.a., *Mașini electrice. Aplicații practice*, Editura SHAKTI, 1998, Iași.
- [10] Crețu A., Dobre V., Cociu R., *Electrotehnică și mașini electrice*, Editura "Cuant" Chișinău, 1998.
- [11] Gavrilă H., Centea O., *Teoria modernă a câmpului electro-magnetic și aplicații*, Editura BIC ALL, București, 1998.
- [12] Haba P. ș.a., *Electrotehnică. Îndrumar pentru lucrări de laborator*, Institutul Politehnic Iași, 1989.
- [13] Mocanu C.I., *Teoria câmpului electromagnetic.*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
- [14] Nicolaide A., *Bazele fizice ale electrotehnicii*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1983.
- [15] Petrescu C. Hnatiuc B., *Electrotehnică și teoria câmpului electromagnetic, Îndrumar de lucrări practice*, Editura Venus, Iași, 2006.
- [16] Preda M., ș.a., *Bazele electrotehnicii, Vol. I, II*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
- [17] Preda M., ș.a., *Probleme de electrotehnică și mașini electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
- [18] Rosman H., Petrescu C., *Bazele teoriei câmpului electromagnetic*, Univ. Tehnică "Gh. Asachi" din Iași, 1998.
- [19] Rosman H., Savin Gh., *Circuite electrice liniare în regim permanent*, Univ. Tehnică "Gh. Asachi" din Iași, 1974.

Cuprins

Mărimi și unități de măsură folosite în electricitate și magnetism	V
Lucrarea 1 Reguli de bună practică, norme de protecția muncii și de prevenirea și stingerea incendiilor în laboratorul de teoria circuitelor electrice	9
Lucrarea 2 Măsurarea tensiunii electrice și a potențialului electric	13
Lucrarea 3 Studiul circuitelor de curent continuu cu rezistoare liniare conectate în serie și în paralel	16
Lucrarea 4 Verificarea teoremelor lui Kirchhoff	20
Lucrarea 5 Studiul dipolului pasiv liniar în curent continuu	24
Lucrarea 6 Studiul cuadripolului liniar pasiv în curent continuu	27
Lucrarea 7 Verificarea principiului suprapunerii efectelor	32
Lucrarea 8 Verificarea experimentală a teoremei generatorului echivalent de tensiune	35
Lucrarea 9 Verificarea experimentală a teoremei conservării puterilor în circuitele de curent continuu	38
Lucrarea 10 Verificarea experimentală a metodei de analiză a circuitelor electrice în curent continuu pe baza curenților de buclă	41
Lucrarea 11 Verificarea experimentală a metodei de analiză a circuitelor electrice în curent continuu pe tensiunilor nodale	45
Lucrarea 12 Studiul mărimilor alternative sinusoidale	50
Lucrarea 13 Studiul circuitului de curent alternativ cu impedanțe conectate în serie	57
Lucrarea 14 Studiul fenomenului de rezonanță în circuitele RLC serie (rezonanța tensiunilor)	64
Lucrarea 15 Studiul circuitului de curent alternativ cu impedanțe conectate în paralel	67
Lucrarea 16 Determinarea parametrilor circuitelor de curent alternativ	73
Lucrarea 17 Circuite cuplate în curent alternativ	76
Lucrarea 18 Ameliorarea factorului de putere	81
Bibliografie	86